



ข้อสอบกลางภาค ประจำปีภาคต้น ปีการศึกษา 2557
รายวิชา 302216 - แคลคูลัสของฟังก์ชันหลายตัวแปร
รายวิชา 302221 - แคลคูลัส 3
สอบวันที่ 1 ตุลาคม พ.ศ.2557 เวลา 17.00-20.00 น.

ชื่อ - นามสกุล รหัสประจำตัว

คณะ กลุ่ม ลำดับที่

***** ห้ามแกะข้อสอบออกจากกัน *****

คำชี้แจง

1. ข้อสอบมีทั้งหมด 11 หน้า (รวมหน้านี้) 19 ข้อ 90 คะแนน (คิดเป็น 45%)
2. สามารถใช้ได้ทั้งดินสอและปากกาในการทำข้อสอบ
3. ห้ามนำกระดาษ เครื่องคำนวณและสูตรใดๆเข้าห้องสอบ
4. ให้เขียน รหัสประจำตัว และลำดับที่ ทุกหน้าของข้อสอบ
5. ถ้ายังไม่ได้ส่งข้อสอบ ห้ามออกจากห้องสอบไม่ว่ากรณีใดๆ
6. ทุจริตมีโทษสูงสุดตามระเบียบมหาวิทยาลัย

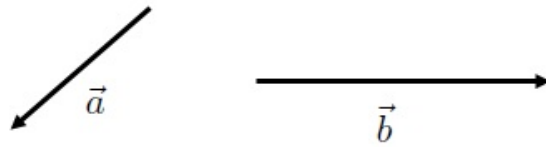
คะแนน (สำหรับอาจารย์)

ข้อ	1 (4)	2 (8)	3 (4)	4 (4)	5 (6)	6 (3)	7 (5)
คะแนน							
ข้อ	8 (4)	9 (6)	10 (5)	11 (5)	12 (5)	13 (5)	14 (3)
คะแนน							
ข้อ	15 (4)	16 (3)	17 (5)	18 (5)	19 (6)	รวม (90)	
คะแนน							

302216	แคลคูลัสของฟังก์ชันหลายตัวแปร	กลุ่ม 501	อาจารย์ ดร.สารัตน์ ศิลปวงษา
กลุ่ม 1	ผศ.ดร.ดวงกมล ผลเต็ม	กลุ่ม 502	อาจารย์ ดร.จุฑารัตน์ คงสอน
กลุ่ม 2	อาจารย์ ดร.จุฑารัตน์ คงสอน	กลุ่ม 504	อาจารย์ ดร.อภิชาติ เนียมวงษ์
กลุ่ม 3	ผศ.ดร.อังคณา บุญดิเรก	302221	แคลคูลัส 3
กลุ่ม 4	ผศ.ดร.สินีนากู ศรีมงคล	กลุ่ม 1/301	อาจารย์ ดร.อภิชาติ เนียมวงษ์
กลุ่ม 5	อาจารย์ ดร.สารัตน์ ศิลปวงษา	กลุ่ม 2	ผศ.ดร.ดวงกมล ผลเต็ม

จงแสดงวิธีทำโดยละเอียดทุกข้อ

1. กำหนดให้ \vec{a} และ \vec{b} เป็นเวกเตอร์แสดงดังภาพ (4 คะแนน)



จงเขียนภาพเวกเตอร์

1.1 $\vec{b} + \vec{a}$

1.2 $\vec{a} - \frac{\vec{b}}{2}$

2. กำหนด $\vec{a} = 2\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}$, $\vec{b} = 5\vec{i} - \vec{j}$ และ $\vec{c} = 2\vec{j} - 3\vec{k}$

2.1 จงหา $\vec{a} \cdot \vec{b}$ (2 คะแนน)

2.2 จงหาภาพฉายเวกเตอร์ (Projection Vector) ของ \vec{c} บน \vec{a} (3 คะแนน)

2.3 จงหาปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมด้านขนาน (Parallelepiped) ที่มีด้านประกอบเป็น \vec{a} , \vec{b} และ \vec{c} (3 คะแนน)

3. จงหาเวกเตอร์หน่วยที่ตั้งฉากกับเวกเตอร์ $\langle 2, 1, -3 \rangle$ และเวกเตอร์ $\langle 1, -5, -2 \rangle$ (4 คะแนน)

4. จงหาสมการแบบสมมาตรของเส้นตรงที่ผ่านจุด $(1, -2, -1)$ และขนานกับเส้นตรง (4 คะแนน)

$$L: 2x = 1 - 4t, y = 3 + t, z = 1 - 2t$$

5. จงหาสมการระนาบที่ผ่านจุด $(2, 1, -1)$ และตั้งฉากกับเส้นตรงที่เกิดจากการตัดกันของระนาบ $2x + y - z = 3$ และ $x + 2y + z = 2$ (6 คะแนน)

6. จงหาระยะห่างจากเส้นตรง $x = 2 + t$, $y = 1 + t$, $z = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2}t$ ไปยังระนาบ $x + 2y + 6z = 10$
(3 คะแนน)

7. กำหนดให้จุด $Q(2,3,4)$ เป็นจุดภาพฉายของจุด $P(1,2,3)$ บนระนาบ $Ax + By + Cz = D$
จงหาสมการระนาบนี้ (5 คะแนน)

8. จงหามุมระหว่างระนาบ $2x + y - z = 5$ และ $x + y - 2z = 3$

(4 คะแนน)

9. กำหนดเส้นตรง

$$L_1 : x = 3 + 2t, y = -1 + 4t, z = 2 - t, \quad -\infty < t < \infty$$

$$L_2 : x = 1 + 4s, y = 1 + 2s, z = -3 + 4s, \quad -\infty < s < \infty$$

$$L_3 : x = 3 + 2r, y = 2 + r, z = -2 + 2r, \quad -\infty < r < \infty$$

9.1 จงตรวจสอบว่าเส้นตรงทั้งสาม มีจุดใดบ้างที่ขนานกัน

(3 คะแนน)

9.2 จงตรวจสอบว่า L_1 และ L_3 ตัดกันหรือไม่

(3 คะแนน)

10. จงหาสมการระนาบที่ผ่านจุด $(2,4,5)$ จุด $(1,5,7)$ และจุด $(-1,5,8)$ (5 คะแนน)

11. กำหนดฟังก์ชันเวกเตอร์ $\vec{r}(t) = \frac{1}{t}\vec{i} + 2t\vec{j} + \frac{t}{3}\vec{k}$ จงพิจารณาว่า $\vec{r}(t)$ ต่อเนื่องที่จุด $(1,2,\frac{1}{3})$ หรือไม่ (5 คะแนน)

12. กำหนด $\vec{r}(t) = \langle \sin 2t, \cos t, \frac{t^2}{2} \rangle$ จงหาเวกเตอร์หน่วยสัมผัสที่ $t = \frac{\pi}{2}$ (5 คะแนน)

13. กำหนด $\vec{r}(t) = \langle 2e^{2t}, -\sin t, 3 \rangle$ จงหา $\int \vec{r}(t) dt$ และ $\int_0^\pi \vec{r}(t) dt$ (5 คะแนน)

14. จงหาความยาวส่วนโค้ง Helix ที่มีสมการ $\vec{r}(t) = \langle \cos 2t, \sin 2t, t \rangle$ บนช่วง $0 \leq t \leq \pi$ (3 คะแนน)

15. จงหามุมระหว่างเวกเตอร์สัมผัสเส้นโค้ง $\vec{r}_1(t) = \langle t, 1-t, 3+t^2 \rangle$ และ $\vec{r}_2(u) = \langle 3-u, u-2, u^2 \rangle$ ที่จุดที่เส้นโค้งตัดกัน

(4 คะแนน)

16. จงเขียนกราฟของเส้นโค้งที่มีสมการแบบฟังก์ชันเวกเตอร์เป็น $\vec{r}(t) = \langle t^2, t - 1, t^2 + 5 \rangle$
เมื่อ $0 \leq t \leq 3$ (3 คะแนน)

17. จงเขียนกราฟในพิกัดฉากสามมิติของผิวโค้ง $z = y^2$ และระนาบ $x = 3$ บนแกนพิกัดฉากเดียวกัน
พร้อมทั้งแสดงรอยตัด (5 คะแนน)

18. จงเขียนรูปกราฟของสมการ

$$\frac{x^2}{9} + y^2 - \frac{z^2}{4} = 1$$

(5 คะแนน)

19. จงเขียนรูปกราฟของสมการ

$$9x^2 + 4y^2 + 36z^2 - 18x = 27$$

(6 คะแนน)