



ข้อสอบตอนที่ 1

ข้อสอบปลายภาค ฤดูร้อน ปีการศึกษา 2555

วิชา 302216 Calculus of Several Variables

วันที่ 20 พฤษภาคม พ.ศ. 2555

เวลา 13.00–16.00 น.

ชื่อ รหัสประจำตัว.....กลุ่ม.....ลำดับที่.....

คำชี้แจง

1. ข้อสอบมีทั้งหมด 15 ข้อ 11 หน้า 105 คะแนน (คิดเป็น 45 %) ให้แสดงวิธีทำโดยละเอียดทุกข้อ
2. สามารถใช้ได้ทั้งดินสอและปากกาในการทำข้อสอบ
3. ห้ามนำกระดาษ เครื่องคำนวณ และสูตรใดๆเข้าห้องสอบ
4. ห้ามแกะกระดาษข้อสอบออกจากกัน
5. ให้เขียนชื่อ รหัสประจำตัว และลำดับที่ ทุกหน้าของข้อสอบ
6. ทุจริตมีโทษสูงสุดตามระเบียบมหาวิทยาลัย

คะแนน (สำหรับอาจารย์)

ข้อ	1 (6)	2.1 (3)	2.2 (3)	2.3 (4)	2.4 (4)	3 (5)	4 (5)	คะแนนรวม (105)
คะแนน								
ข้อ	5 (5)	6 (5)	7 (5)	8 (10)	9 (10)	10 (6)	11 (6)	
คะแนน								

กลุ่ม 1 อาจารย์เสาวรส ศรีสุข กลุ่ม 301 อาจารย์ ดร.สินีนากู ศรีมงคล

กลุ่ม 302 อาจารย์เสาวรส ศรีสุข กลุ่ม 501 อาจารย์ ดร.สินีนากู ศรีมงคล

1. (5 คะแนน) จงแสดงว่า $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 + \sin y}{2x^2 + y}$ ไม่มีลิมิตเกิดขึ้น

2. (5 คะแนน) กำหนด $f(x, y) = x^2 + \sin y + e^{xy} + y \ln x$ จงหา $\frac{\partial f}{\partial x}$

3. (4 คะแนน) กำหนด $f(x, y) = ye^x + x^7 \cos y$ จงหาค่าของ $\frac{\partial^3 f}{\partial y^2 \partial x} \Big|_{(0, \pi)}$

4. (5 คะแนน) กำหนด $w = xyz + \sin xy$, $x = u + v$, $y = u - v$, $z = uv$
จงหา $\frac{\partial w}{\partial u}$ ที่จุด $(u, v) = (1, 1)$

5. (5 คะแนน) จงหาอนุพันธ์ทิศทาง ($D_{\mathbf{u}}f$) ของฟังก์ชัน $f(x, y) = x^2 + 2y$ ที่จุด $(-2, 1)$ ในทิศทางของเวกเตอร์ $\mathbf{a} = \langle -3, 4 \rangle$

6. (5 คะแนน) จงหามุมที่เวกเตอร์หน่วย \mathbf{u} ทำกับแกน x ที่ทำให้อนุพันธ์ทิศทางของฟังก์ชัน $f(x, y) = 2x^2 - 3y$ ที่จุด $(1, 3)$ ตามแนวเวกเตอร์ \mathbf{u} มีค่ามากที่สุด

7. (5 คะแนน) ความดัน ปริมาตร และอุณหภูมิของก๊าซอุดมคติ 1 โมล มีความสัมพันธ์ด้วยสมการ

$$PV = 8.31T$$

เมื่อ P คือ ความดันมีหน่วยเป็นกิโลปาสคาล (kPa)

V คือ ปริมาตรมีหน่วยเป็นลิตร (l)

T คือ อุณหภูมิมีหน่วยเป็นเคลวิน (K)

จงใช้ค่าเชิงอนุพันธ์เพื่อหาการเปลี่ยนแปลงของความดันโดยประมาณถ้าปริมาตรเพิ่มขึ้นจาก 12 ลิตร เป็น 12.3 ลิตร และอุณหภูมิลดลงจาก 310 K เป็น 305 K

8. (5 คะแนน) จงใช้ค่าเชิงอนุพันธ์หรือแบบเชิงเส้นในการประมาณค่าของ $\sqrt{37} + \sqrt[3]{124}$

9. (8 คะแนน) จงหาจุดสูงสุด จุดต่ำสุดหรือจุดอานม้าของฟังก์ชัน $f(x, y) = x^3 + 3x^2 - y^3 + 3y + 4$

10. (7 คะแนน) จงหาปริพันธ์ $\iint_R 9y^3 e^{xy} dx dy$ เมื่อ R เป็นบริเวณ $0 \leq x \leq y^2$ และ $0 \leq y \leq 1$

11. (5 คะแนน) จงหาปริพันธ์ $\int_0^1 \int_0^{\sqrt{4-x^2}} (4x^2 + 4y^2) dy dx$ โดยใช้การหาปริพันธ์ในพิกัดเชิงขั้ว

12. จงแปลงจุดในระบบพิกัดฉาก $(2, 2\sqrt{3}, -2)$ ให้เป็น

12.1 (3 คะแนน) ระบบพิกัดทรงกระบอก

12.2 (3 คะแนน) ระบบพิกัดทรงกลม

13. (3 คะแนน) จงแปลงสมการในระบบพิกัดทรงกระบอก

$$\sin \theta = r (\cos^2 \theta - 2 \sin 2\theta)$$

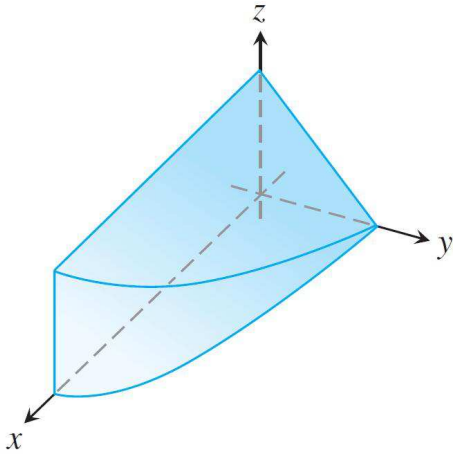
ให้เป็นสมการในระบบพิกัดฉาก

14. (3 คะแนน) จงแปลงสมการในระบบพิกัดทรงกลม

$$\rho = 2 (\cos \theta - 3 \sin \theta) \sin \phi$$

ให้เป็นสมการในระบบพิกัดฉาก

15. (5 คะแนน) จงหาปริมาตรของรูปทรง D ที่อยู่ภายในอัฐภาคที่ 1 ระนาบ $y + z = 2$ และทรงกระบอก $x = 5 - y^2$ ดังรูป (เขียนในรูปอินทิกรัล โดยไม่ต้องหาค่าอินทิกรัล)



16. (5 คะแนน) จงหาค่าของ $\iiint_B e^{(x^2+y^2+z^2)^{\frac{3}{2}}} dV$ เมื่อ B คือ ทรงกลมขนาด 2 หน่วย $B = \{(x, y, z) | x^2 + y^2 + z^2 \leq 4\}$ (เขียนในรูปอินทิกรัล โดยไม่ต้องหาค่าอินทิกรัล)

17. (5 คะแนน) จงหาค่าของ $\oint_C (2x - y) ds$ เมื่อ C เป็นเส้นตรงรอบรูปสามเหลี่ยมที่เกิดจากระนาบ $2x + 3y + z = 6$ ตัดกับแกนพิกัดโดยเริ่มจากจุดบนแกน x ไปตามระนาบ xy
(เขียนในรูปอินทิกรัล โดยไม่ต้องหาค่าอินทิกรัล)