



ข้อสอบปลายภาค ประจำภาคต้น ปีการศึกษา 2555
รายวิชา 302216 - แคลคูลัสของฟังก์ชันหลายตัวแปร
วันที่ 18 ตุลาคม 2555 เวลา 17.00 - 20.00 น.

ชื่อ - นามสกุล รหัสประจำตัว

คณะ กลุ่ม ลำดับที่

คำชี้แจง

- ข้อสอบมีทั้งหมด 19 ข้อ 12 หน้า 125 คะแนน (คิดเป็น 45 %) ให้แสดงวิธีทำโดยละเอียดทุกข้อ
- สามารถใช้ได้ทั้งดินสอและปากกาในการทำข้อสอบ
- ห้ามนำกระดาษ เครื่องคำนวณ และสูตรใดๆเข้าห้องสอบ
- ห้ามแกะกระดาษข้อสอบออกจากกัน
- ให้เขียนชื่อ รหัสประจำตัว และลำดับที่ ทุกหน้าของข้อสอบ
- ทุจริตมีโทษสูงสุดตามระเบียบมหาวิทยาลัย

ข้อสอบปลายภาควิชา 302216 Calculus of Several Variables

กรุณาตรวจข้อสอบให้เสร็จและส่งคะแนนพร้อมคะแนนภายใน

วันที่ 24 ตุลาคม 2555 ก่อนเวลา 18.00 น.

ประชุมตัดเกรดวันพฤหัสบดีที่ 25 ตุลาคม เวลา 8.30 น. ที่ห้อง MA-210

ข้อ	1 (5)	2 (5)	3 (5)	4 (5)	5 (5)	6 (5)	7 (5)		
คะแนน	←-----							←-----	
	อ.สินีนานู								
ข้อ	8 (5)	9 (7)	10 (5)	11 (10)	12 (10)	13 (6)	14 (5)	คะแนนรวม (125)	
คะแนน	→-----	←-----			←-----				
	อ.สินีนานู	อ.อภิชาติ			อ.อารยา				
ข้อ	15 (7)	16 (7)	17 (4)	18 (10)	19 (10)				
คะแนน	→-----		←-----						
	อ.อารยา		อ.อังคณา						

- | | | | | | |
|---------|------------------------|---------------|-----------|-----------------------|---------------|
| กลุ่ม 1 | อ.อารยา วิวัฒน์วานิช | M-4002 | กลุ่ม 501 | อ.ดร.สินีนานู ศรีมงคล | M-4003 |
| กลุ่ม 2 | อ.ดร.สินีนานู ศรีมงคล | M-4003 | กลุ่ม 502 | ผศ.ดร.อังคณา บุญดีเรก | M-ห้องประชุม2 |
| กลุ่ม 3 | อ.ดร.อภิชาติ เนียมวงษ์ | M-ห้องประชุม1 | | | |
| กลุ่ม 4 | อ.อารยา วิวัฒน์วานิช | M-4002 | | | |

1. (5 คะแนน) จงเขียนกราฟแสดงเส้นโค้งระดับ (Level Curves) ของฟังก์ชัน $z = x^2 - y^2$ เมื่อกำหนด $k = -1, 0, 4$

2. (5 คะแนน) กำหนด

$$g(x, y) = \begin{cases} \frac{xy^2}{x^2+y^4}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

จงพิจารณาความต่อเนื่องของฟังก์ชัน g ในเซตของโดเมนที่เป็นจำนวนจริง

3. (5 คะแนน) กำหนด $z = f(x, y, t)$, $x = g(t)$ และ $y = h(t)$ จงหา $\frac{dz}{dt}$

4. (5 คะแนน) กำหนด $z = \frac{\pi x}{y}$, $x = \ln t$ และ $y = t^2 + 5$ จงหา $\frac{dz}{dt} \Big|_{t=1}$

5. (5 คะแนน) กำหนด $u = x^3y + y^2z^2$, $x = re^t$, $y = r^2e^{-t}$ และ $z = r^2 \sin t$
จงหา $\frac{\partial u}{\partial t}$ ที่ $r = 2$ และ $t = 0$

6. (5 คะแนน) กำหนด $\cos xy + 6xyz = \ln(xz)$ จงหา $\frac{\partial z}{\partial x}$ ที่ $x = 0$, $y = -1$ และ $z = 1$

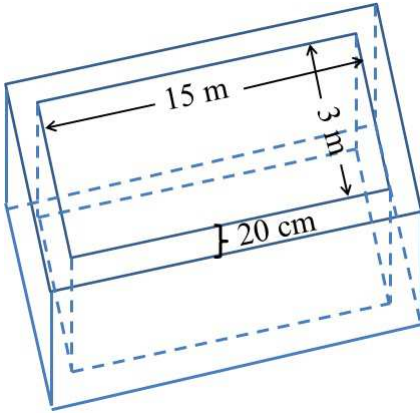
7. (5 คะแนน) กำหนด $f(x, y) = y^4 + 2xy^3 + x^2y^2$
จงหาอนุพันธ์ทิศทางของฟังก์ชัน f ในทิศทางของเวกเตอร์ $\mathbf{v} = \mathbf{j} - 2\mathbf{i}$

8. (5 คะแนน) จงหา $\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)_y$ เมื่อ w เป็นฟังก์ชันของ x และ y, z เป็นตัวแปรเสริม
ที่กำหนดดังสมการ

$$\cos xy + x^2 + y^2 + wz = 0$$

$$x + y + w^2 + z^2 = 0$$

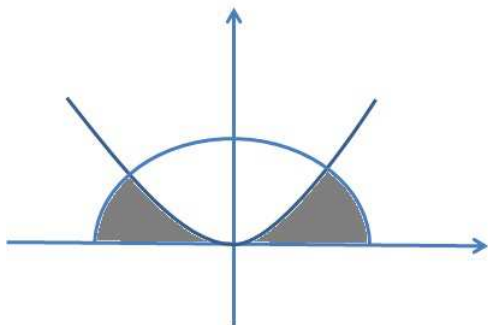
9. (7 คะแนน) จงใช้ค่าเชิงอนุพันธ์ (Differential) ในการประมาณเนื้อปูนผสมที่ใช้ในการทำสระน้ำรูปทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก (ตั้งรูป) เมื่อวัดภายในของรูปทรงได้ความยาว 15 เมตร กว้าง 3 เมตร ลึก 2 เมตร ปูนมีความหนา 20 เซนติเมตร โดยไม่มีฝาด้านบน



10. (5 คะแนน) กำหนด $f(x, y) = e^{x-2y}$ จงหาค่าประมาณของ $f(2.1, 0.9)$ โดยใช้ค่าเชิงอนุพันธ์หรือแบบเชิงเส้น

11. (10 คะแนน) กำหนด $f(x, y) = x^3 + y^3 + 3x^2 - 3y^2 - 8$ จงหาจุดวิกฤตทั้งหมดและพิจารณาจุดเหล่านั้นว่าเป็นจุดสุดขีดสัมพัทธ์ จุดอานม้า หรือไม่เป็นทั้งสอง

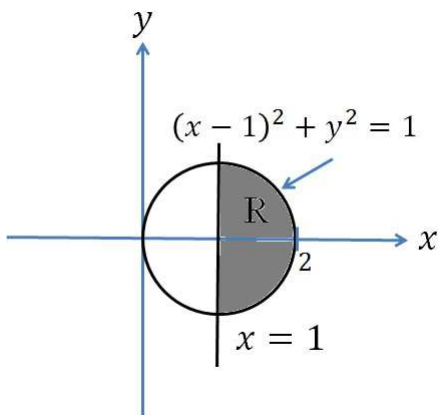
12. (10 คะแนน) จงหาพื้นที่ของบริเวณที่ล้อมรอบด้วยเส้นโค้ง $y = x^2$, $y = \sqrt{2-x^2}$ และแกน x
แนะนำ $\int \sqrt{a^2 - u^2} du = \frac{1}{2}u\sqrt{a^2 - u^2} + \frac{1}{2}a^2 \arcsin\left(\frac{u}{a}\right) + c$



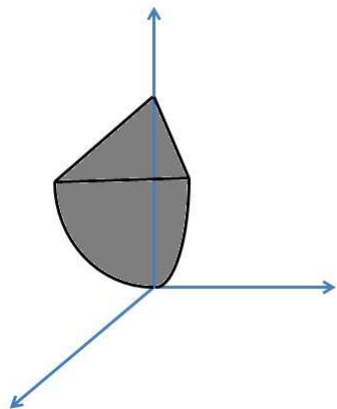
13. (6 คะแนน) จงเขียนภาพและแสดงบริเวณที่จะหาอินทิเกรต และเปลี่ยนลำดับของการอินทิเกรต
- $$I = \int_1^2 \int_{2-x}^{\sqrt{x}} f(x, y) dy dx$$

14. (5 คะแนน) จงหาค่าของอินทิกรัลสองชั้น $\iint_R y \sin(xy) dA$ เมื่อกำหนด $R = \{(x, y) | 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq \pi\}$

15. (7 คะแนน) กำหนดบริเวณ R ดังรูป จงเขียนขีดจำกัดของปริพันธ์ $\iint_R f(r, \theta) dA$ ในระบบพิกัดเชิงขั้ว



16. (7 คะแนน) จงหาปริมาตรของรูปทรงที่ล้อมรอบด้วยผิวโค้ง $z = x^2$, ระนาบ $z = 1$ และระนาบ $x = y$ ในอัฐภาคที่ 1



17. (4 คะแนน) จงแปลงสมการ $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ ในระบบพิกัดฉากไปเป็นระบบพิกัดทรงกลม และระบบพิกัดทรงกระบอก

18. (10 คะแนน) จงเขียนขีดจำกัดของอินทิกรัล $\iiint_D dV$ เมื่อ D เป็นบริเวณภายในส่วนตัดของผิวครึ่งทรงกลม $z = \sqrt{4 - x^2 - y^2}$ เหนือระนาบ $z = 1$ ในระบบพิกัดทรงกลมและระบบพิกัดทรงกระบอก โดยไม่ต้องอินทิเกรตหาค่า

19. (10 คะแนน) จงหาปริพันธ์บนเส้น $\int_C (x + y + z) ds$ เมื่อ C เป็นเส้นตรงรอบรูปสามเหลี่ยมที่เกิดจากระนาบ $x + y + z = 3$ ตัดกับแกนพิกัด โดยเริ่มจากจุดบนแกน x ไปตามระนาบ xy