



ข้อสอบปลายภาค ประจำภาคปลาย ปีการศึกษา 2555
วันที่ 1 มีนาคม 2556

วิชา 302216 Calculus of Several Variables
เวลา 17.00 - 20.00 น.

ชื่อรหัสประจำตัว.....กลุ่ม...501-อ.อารยา...ลำดับที่.....

คำชี้แจง

1. ข้อสอบมีทั้งหมด 13 ข้อ คะแนนรวม 80 คะแนน คิดเป็น 45%
2. ให้แสดงวิธีทำโดยละเอียดทุกข้อ ลงในกระดาษคำตอบที่จัดให้
3. ห้ามนำกระดาษ เครื่องคำนวณ และสูตรใดๆเข้าห้องสอบ
4. ห้ามแกะกระดาษคำตอบออกจากกัน
5. ให้เขียนชื่อ รหัสประจำตัว และลำดับที่ ทุกหน้าของกระดาษคำตอบ
6. ทุจริตมีโทษสูงสุดตามระเบียบมหาวิทยาลัย

1. จงหาค่าของลิมิตต่อไปนี้ หรือแสดงว่าลิมิตไม่มีค่าเกิดขึ้น

(a) (5 คะแนน) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{2xy + 1}{x^2 + y^2 - 1}$

(b) (5 คะแนน) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy^3}{x^2 + y^6}$

2. (6 คะแนน) จงหาอนุพันธ์ย่อยอันดับสองทั้งหมดของฟังก์ชัน $g(x, y) = \cos(2x - y)$

3. จงเลือกทำข้อใดข้อหนึ่ง (ถ้าทำมาทั้ง 2 ข้อ จะตรวจให้เพียง 1 ข้อ และติดลบ 2 คะแนน!!!)

(a) (5 คะแนน) จงใช้ค่าเชิงอนุพันธ์ ประมาณค่าของ $\sqrt{37} + \sqrt[3]{124}$

(b) (5 คะแนน) กล่องทำด้วยเหล็ก วัดจากด้านในได้ขนาด กว้าง×ยาว×สูง = $6 \times 4 \times 2$ ฟุต³
ถ้าเหล็กหนา 0.01 ฟุต จงประมาณปริมาตรของเหล็กที่ใช้ทำกล่อง

4. (5 คะแนน) กำหนด $g(u, v) = uv, u = \ln(1 + xy), v = e^{xy^2}$ จงหา $\frac{\partial g}{\partial x}$

5. (5 คะแนน) กำหนดสมการ $x^2 + 3xy^2 - yz^2 - 4xz = 2$ จงหา $\frac{\partial z}{\partial x}$ และ $\frac{\partial z}{\partial y}$

6. (5 คะแนน) ให้ $w = f(x, y)$ ซึ่งกำหนดโดยสมการ $x^2 + y^2 + z^2 - w = 0$ และ $z - x^2 - y^2 = 0$ จงหาอนุพันธ์ $\frac{\partial w}{\partial x}$

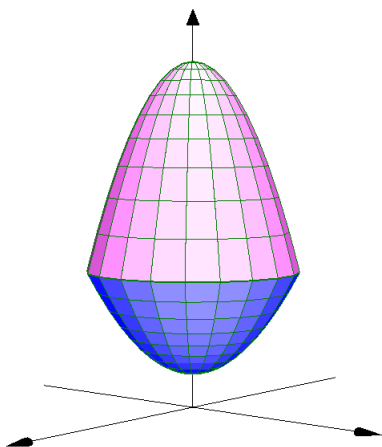
7. (5 คะแนน) กำหนดให้ $f(x, y, z) = xy + x^2z - 2yz$ จงหาเวกเตอร์หน่วย \vec{n} ที่ทำให้อนุพันธ์ของ f ในทิศทางของ \vec{n} ที่จุด $(1, -1, 0)$ มีค่ามากที่สุด และจงหาค่าของอนุพันธ์ดังกล่าว

8. (5 คะแนน) จงหาสมการเส้นตั้งฉาก และสมการระนาบสัมผัสผิวโค้ง $z = x^2 + 2y^2$ ที่จุด $(3, 4, 5)$

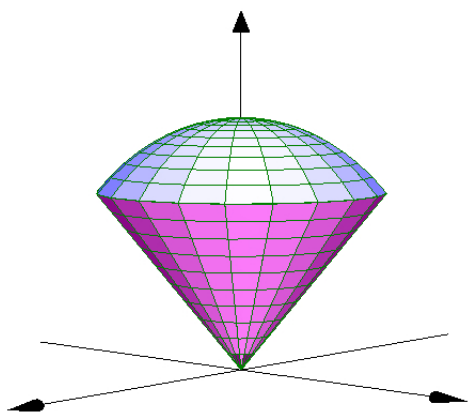
9. (8 คะแนน) จงหาจุดสูงสุด จุดต่ำสุด และจุดอานม้า ทั้งหมดของ $f(x, y) = 4xy - x^4 - y^4$ ถ้ามี

10. (5 คะแนน) จงสลับลำดับการอินทิเกรต และหาค่าของ $\int_0^1 \int_y^1 e^{x^2} dx dy$

11. (8 คะแนน) จงหาปริมาตรของรูปทรงในสามมิติ ที่ปิดล้อมด้วยพาราโบลอยด์สองรูป คือ $z = x^2 + y^2 + 1$ และ $z = -2x^2 - 2y^2 + 10$ (เขียนสูตรโดยไม่ต้องอินทิเกรต)



12. (8 คะแนน) จงหาขีดจำกัดของปริพันธ์ $\iiint_D z dV$ ในระบบพิกัดทรงกลมและระบบพิกัดทรงกระบอก เมื่อ D เป็นบริเวณในส่วนตัดของทรงกลม $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ กับกรวย $x^2 + y^2 = z^2$ เหนือระนาบ xy



13. (5 คะแนน) จงหาปริพันธ์บนเส้น $\int_C \sqrt{x^2 + y^2} ds$ เมื่อ C คือเส้นโค้งที่กำหนดโดย

$$\vec{r}(t) = (4 \cos t)\vec{i} + (4 \sin t)\vec{j} + (3t)\vec{k}, \quad -2\pi \leq t \leq 2\pi$$