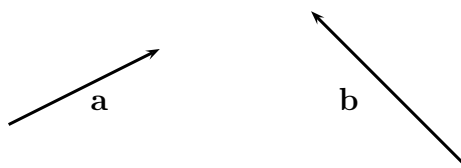


## แบบฝึกหัด

1. กำหนดเวกเตอร์  $a$  และ  $b$  ดังรูป



จงหา

1.1  $a + b$

1.2  $b - 2a$

2. กำหนดเวกเตอร์  $a = \langle -4, 2, 1 \rangle$ ,  $b = \langle 0, -1, 3 \rangle$ ,  $c = \langle 1, 0, 5 \rangle$

2.1 จงหา  $a \cdot b$

2.2 จงหามุมระหว่างเวกเตอร์  $a$  และ  $b$

2.3 จงหาภาพฉายเวกเตอร์ (Projection Vector;  $\text{proj}_b c$ ) ของเวกเตอร์  $c$  บน  $b$

2.4 จงหาปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมด้านขนาน (Parallelogram) ที่มีด้านประกอบเป็นเวกเตอร์  $a$ ,  $b$  และ  $c$

3. จงหาสมการระนาบที่ผ่านจุด  $(1, 2, 0)$  และตั้งฉากกับเส้นตรง  $x + 2 = z$ ,  $y = 3$

4. จงหาสมการอิงตัวแปรเสริมของเส้นตรงที่เกิดจากการตัดกันของระนาบ  $2z - 3x - y = 2$  และ  $x - 2y + z = 3$  และผ่านจุด  $\left(-\frac{1}{7}, -\frac{11}{7}, 0\right)$

5. จงพิจารณาว่าเส้นตรงที่กำหนดให้ ขนานกัน ตัดกัน หรือ เป็นเส้นไขว้ต่างระดับ (Skew Lines) ถ้าเส้นตรงทั้งสองเส้นตัดกันจงหาจุดตัด

$$L_1 : x = 1 + t, y = 3 - 2t, z = 2t$$

$$L_2 : x = 2 - s, y = 4s, z = 1$$

6. กำหนดสมการระนาบ  $2x + y - 2z = 4$  และ  $2z - 4x - 2y = 22$

6.1 ระนาบที่กำหนดให้ขนานกันหรือไม่ ถ้าขนานกันจงหาระยะห่างระหว่างระนาบทั้งสอง

6.2 ระนาบที่กำหนดให้ตัดกันหรือไม่ ถ้าตัดกันจงหาสมการเส้นตรงที่เป็นรอยตัดของระนาบทั้งสองระนาบ

7. จงหาสมการของผิวโค้งขนานที่ขนานกับเส้นตรงที่มีทิศทาง  $\langle 2, -1, 1 \rangle$  และมีเส้นโค้งระนาบเป็น  $x^2 = y + 4$ ,  $z = 1$

8. จงวาดกราฟ  $x^2 + z^2 - y + 2 = 0$  พร้อมทั้งระบุจุดยอดลงในกราฟ

9. จงเลือกกราฟในภาพด้านล่างเติมลงในช่องว่างหน้าสมการผิวโค้งให้ถูกต้อง

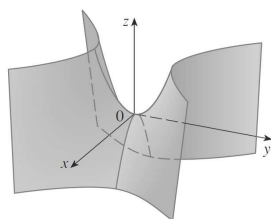
9.1 \_\_\_\_\_  $z = y^2 - x^2$

9.2 \_\_\_\_\_  $x^2 + 4y^2 + 9z^2 = 1$

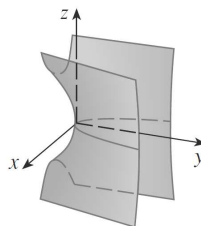
9.3 \_\_\_\_\_  $4x^2 - y^2 + 2z^2 + 4 = 0$

9.4 \_\_\_\_\_  $x^2 - y^2 + z^2 - 2x + 2y + 4z + 2 = 0$

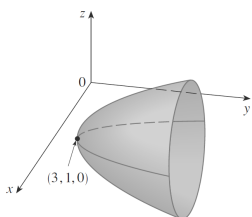
9.5 \_\_\_\_\_  $x^2 - y^2 + z^2 - 4x - 2y - 2z + 4 = 0$



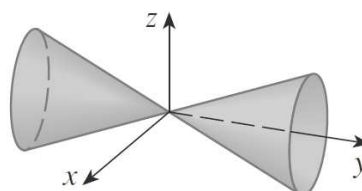
(a)



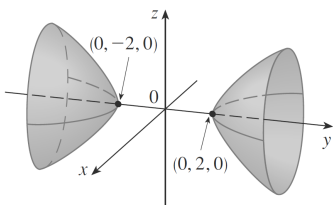
(f)



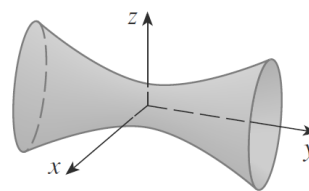
(b)



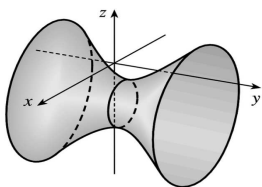
(g)



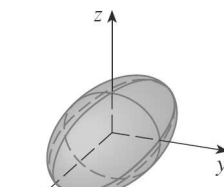
(c)



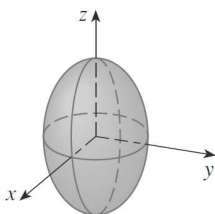
(h)



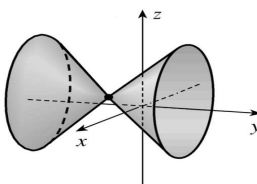
(d)



(i)



(e)



(j)

10. จงเขียนกราฟแสดงการตัดกันของผิวโค้ง  $x^2 - 3y = 0$ ,  $3y + 2z = 6$  และจงเขียนสมการอิงตัวแปรเสริมของเส้นโค้งที่เป็นรอยตัด ( $\mathbf{r}(t)$ )

11. จงหาค่า  $\lim_{t \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left( t^2 \mathbf{i} + \frac{1 - \sin t}{\cos t} \mathbf{j} + \frac{\cos(t - \pi)}{t - \frac{\pi}{2}} \mathbf{k} \right)$

12. กำหนด  $\mathbf{r}(t) = (3t + 1)\mathbf{i} + \sqrt{3t}\mathbf{j} + t^2\mathbf{k}$

12.1 จงหาเวกเตอร์ความเร็ว ที่  $t = 1$

12.2 จงหาเวกเตอร์ความเร่ง ที่  $t = 1$

12.3 จงหามุมระหว่างเวกเตอร์ความเร็วและความเร่ง

13. วัตถุเคลื่อนที่มีเวกเตอร์ความเร็ว ณ เวลา  $t$  ใดๆ เป็น  $\mathbf{v}(t) = t\mathbf{i} - \cos t\mathbf{j} + 3\sin t\mathbf{k}$  เมื่อเริ่มต้น  $\mathbf{r}(0) = -3\mathbf{k}$  จงหาเวกเตอร์ตำแหน่งของวัตถุ ( $\mathbf{r}(t)$ )

14. กำหนดเวกเตอร์ตำแหน่ง  $\mathbf{r}(t) = (e^t \cos t)\mathbf{i} + (e^t \sin t)\mathbf{j} + \sqrt{2}e^t\mathbf{k}$  จงหาเวกเตอร์หน่วยสัมผัส (Unit Tangent Vector;  $\mathbf{T}$ ) และ เวกเตอร์หน่วยตั้งฉากหลัก (Unit Normal Vector;  $\mathbf{N}$ )

15. จงใช้อุปนัยเชิงคณิตศาสตร์ในการแสดงว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงสำหรับทุกๆ จำนวนเต็มบวก  $n$  และ  $x$  เป็นจำนวนจริงใดๆ

$$(2x)^n = 2^n x^n$$