



ข้อสอบกลางภาค ประจำภาคต้น ปีการศึกษา 2555  
 รายวิชา 302216 - แคลคูลัสของฟังก์ชันหลายตัวแปร  
 วันที่ 6 สิงหาคม 2555 เวลา 17.00 - 20.00 น.

ชื่อ - นามสกุล ..... รหัสประจำตัว .....

คณะ ..... กลุ่ม ..... ลำดับที่ .....

**คำชี้แจง**

- ข้อสอบมีทั้งหมด 20 ข้อ 12 หน้า 108 คะแนน (คิดเป็น 45 %)  
ให้แสดงวิธีทำโดยละเอียดทุกข้อ
- สามารถใช้ได้ทั้งดินสอและปากกาในการทำข้อสอบ
- ห้ามนำกระดาษ เครื่องคำนวณ และสูตรใดๆเข้าห้องสอบ
- ห้ามแกะกระดาษข้อสอบออกจากกัน
- ให้เขียนชื่อ รหัสประจำตัว และลำดับที่ ทุกหน้าของข้อสอบ
- ทุจริตมีโทษสูงสุดตามระเบียบมหาวิทยาลัย

คะแนน (สำหรับอาจารย์)

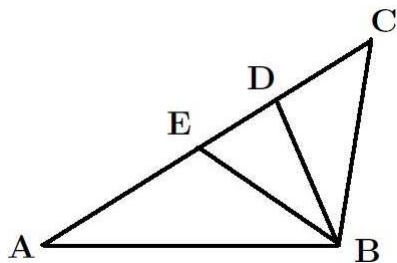
ข้อ	1 (3)	2 (5)	3 (2)	4 (3)	5 (5)	6 (5)	7 (8)	
คะแนน								
ข้อ	8 (5)	9 (7)	10 (5)	11 (5)	12 (7)	13 (8)	14 (5)	คะแนนรวม (108)
คะแนน								
ข้อ	15 (5)	16 (6)	17 (6)	18 (5)	19 (5)	20 (8)		
คะแนน								

- กลุ่ม 1 อ.อารยา วิวัฒน์วานิช K-C300    กลุ่ม 501 อ.ดร.สินีนานฎ ศรีมงคล K-A500  
 กลุ่ม 2 อ.ดร.สินีนานฎ ศรีมงคล K-A500    กลุ่ม 502 ผศ.ดร.อังคณา บุญดีเรก K-C300  
 กลุ่ม 3 อ.ดร.อภิชาติ เนียมวงษ์ K-A500  
 กลุ่ม 4 อ.อารยา วิวัฒน์วานิช K-C300

1. (3 คะแนน) กำหนดเวกเตอร์  $\mathbf{A} = \langle a_1, a_2, a_3 \rangle$ ,  $\mathbf{B} = \langle b_1, b_2, b_3 \rangle$  และ  $a_1b_1 = a_3b_3 = \frac{7}{4}$ ,  $a_2b_2 = \frac{1}{2}$  จงหา  $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}$

2. (5 คะแนน) กำหนดเวกเตอร์  $\mathbf{A} = \langle 1, 2, 3 \rangle$ ,  $\mathbf{B} = \langle 3, 2, 1 \rangle$ ,  $\mathbf{C} = \langle 2, 1, 1 \rangle$ ,  $\mathbf{D} = \langle 1, 0, 1 \rangle$  จงหาค่าของ  $(\mathbf{A} - \mathbf{B} + \mathbf{C}) \times \mathbf{D}$

3. (2 คะแนน) จากรูปที่กำหนดให้ จงหาค่าต่อไปนี้



$$\vec{AB} + \vec{BD} = \dots\dots\dots$$

$$\vec{AE} - \vec{AB} = \dots\dots\dots$$

4. (3 คะแนน) กำหนดเวกเตอร์  $\mathbf{U} = \langle 1, 0, 1 \rangle$  และ  $\mathbf{V} = \langle 2, -2, 1 \rangle$  จงหา ภาพฉายเวกเตอร์ (Vector Projection;  $\text{Proj}_{\mathbf{V}}\mathbf{U}$ )

5. (5 คะแนน) จงตรวจดูว่าเวกเตอร์  $\mathbf{A} = \langle -3, 3, 2 \rangle$ ,  $\mathbf{B} = \langle -1, -1, 2 \rangle$ ,  $\mathbf{C} = \langle 2, -1, 0 \rangle$  อยู่บนระนาบเดียวกันหรือไม่

6. (5 คะแนน) จงหาสมการระนาบที่ผ่านจุด  $P(1, 3, -1)$  และตั้งฉากกับเวกเตอร์  $\mathbf{N} = 2\mathbf{i} - \mathbf{j} + 3\mathbf{k}$

7. (8 คะแนน) กำหนดสมการระนาบ  $P : 6x + 2y + 3z - 6 = 0$

7.1 (1 คะแนน) จงหาเวกเตอร์ตั้งฉาก (เวกเตอร์ปกติ; normal vector) ของระนาบ  $P$

.....

7.2 (3 คะแนน) จงหาจุดที่ระนาบ  $P$  ตัดกับแกน  $x$ , แกน  $y$  และ แกน  $z$

จุดตัดแกน  $x$  .....

จุดตัดแกน  $y$  .....

จุดตัดแกน  $z$  .....

7.3 (2 คะแนน) จงวาดกราฟของระนาบ  $P$

7.4 (2 คะแนน) จงหาระยะทางในแนวตั้งฉากจากจุด  $Q(1, 3, -1)$  ไปยังระนาบ  $P$

8. (5 คะแนน) กำหนดจุด  $P(5, -1, 4)$  และจุด  $Q(-7, 0, 2)$  จงหาสมการเส้นตรงที่ผ่านจุด  $P$  และ  $Q$  ในแบบสมการอิงตัวแปรเสริม

9. (7 คะแนน) จงหาสมการเส้นตรงในแบบสมมาตร ที่ผ่านจุด  $(\frac{3}{2}, 3, 0)$  และเป็นรอยตัดของระนาบ

$$P_1 : 2x + 3y + 2z = 12, \quad P_2 = 2x + y + 3z = 6$$

10. (5 คะแนน) จงหาระยะทางจากจุด  $P(-2, 1, 1)$  และไปยังเส้นตรง  $L : x = 3 - t, y = t, z = 1 + 2t$

11. (5 คะแนน) จงวาดกราฟของผิวโค้งขนาน  $x + y = 1$  พร้อมทั้งหารอยตัดกับระนาบ  $z = 1$

12. (7 คะแนน) จงวาดกราฟของผิวโค้ง  $\frac{x^2}{4} - y^2 - z^2 = 1$  และบอกว่าของผิวโค้งกับระนาบ  $y = 0$  (ระนาบ  $xz$ ) และ  $z = 0$  (ระนาบ  $xy$ ) เป็นรูปอะไร

13. (8 คะแนน) จงบอกชื่อและวาดกราฟของผิวโค้ง  $4x^2 + y^2 - z^2 - 16x - 6y + 24 = 0$



14. (5 คะแนน) กำหนดฟังก์ชันค่าเวกเตอร์  $\mathbf{r}(t) = \ln t \mathbf{i} + \frac{1}{t} \mathbf{j} + t^2 \mathbf{k}$  จงหาค่าต่อไปนี้ (ถ้ามี)

14.1 (1 คะแนน)  $\mathbf{r}(0) = \dots\dots\dots$

14.2 (2 คะแนน)  $\mathbf{r}(1) = \dots\dots\dots$

14.3 (2 คะแนน)  $\mathbf{r}(\sqrt{e}) = \dots\dots\dots$

15. (5 คะแนน) จงวาดกราฟของฟังก์ชันค่าเวกเตอร์  $\mathbf{r}(t) = t \mathbf{i} + 2 \mathbf{j} + t^2 \mathbf{k}$  โดยที่  $-2 \leq t \leq 2$

16. (6 คะแนน) กำหนดฟังก์ชันค่าเวกเตอร์  $\mathbf{r}(t) = \sqrt{t}\mathbf{i} + \frac{1}{t-1}\mathbf{j} + \mathbf{k}$  จงตรวจสอบว่า  $\mathbf{r}(t)$  ต่อเนื่องที่  $t = 1$  และ  $t = 4$  หรือไม่

17. (6 คะแนน) กำหนดฟังก์ชันค่าเวกเตอร์  $\mathbf{r}(t) = e^{-t}\mathbf{i} + t^2\mathbf{j} + \sin t\mathbf{k}$  จงหาค่าของ  $\mathbf{r}'(t) \cdot \mathbf{r}''(t)$

18. (5 คะแนน) วัตถุเคลื่อนที่มีเวกเตอร์ความเร็ว ณ เวลา  $t$  ใดๆ เป็น  $\mathbf{v}(t) = \mathbf{j} + 2\mathbf{k}$  เมื่อเริ่มต้น วัตถุอยู่ที่จุด  $(1, 2, 0)$  จงหาเวกเตอร์ตำแหน่งของวัตถุ  $(\mathbf{r}(t))$  ที่  $t = 2$

19. (5 คะแนน) กำหนดเวกเตอร์ตำแหน่ง  $\mathbf{r}(t) = 3t\mathbf{i} + 2t^2\mathbf{j}$  จงหาเวกเตอร์หน่วยตั้งฉากหลัก (Principal Unit Normal Vector;  $\mathbf{N}(t)$ ) ที่  $t = 1$

20. (8 คะแนน) จงใช้อุปนัยเชิงคณิตศาสตร์ในการแสดงว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริง

$$n^2 > 3n, \quad n \geq 4$$