



ข้อสอบกลางภาค ประจำปีภาคต้น ปีการศึกษา 2556
รายวิชา 302216 - แคลคูลัสของฟังก์ชันหลายตัวแปร
สอบวันที่ 30 กรกฎาคม พ.ศ.2556 เวลา 17.00-20.00 น.

ชื่อ -- นามสกุล รหัสประจำตัว

คณะ กลุ่ม ลำดับที่

***** ห้ามแกะข้อสอบออกจากกัน *****

คำชี้แจง

1. ข้อสอบมีทั้งหมด 10 หน้า (รวมหน้านี้) 16 ข้อ 85 คะแนน (คิดเป็น 45%)
2. สามารถใช้ได้ทั้งดินสอและปากกาในการทำข้อสอบ
3. ห้ามนำกระดาษ เครื่องคำนวณและสูตรใดๆเข้าห้องสอบ
4. ให้เขียนชื่อ รหัสประจำตัว และลำดับที่ ทุกหน้าของข้อสอบ
5. ถ้ายังไม่ได้ส่งข้อสอบ ห้ามออกจากห้องสอบไม่ว่ากรณีใดๆ
6. ทุจริตมีโทษสูงสุดตามระเบียบมหาวิทยาลัย

คะแนน (สำหรับอาจารย์)

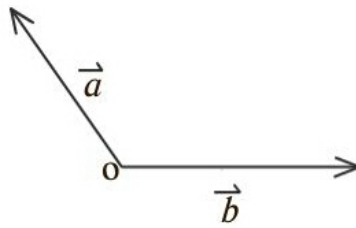
ข้อ	1 (5)	2 (6)	3 (5)	4 (5)	5 (5)	6 (6)
คะแนน						
ข้อ	7 (5)	8 (5)	9 (6)	10 (5)	11 (5)	12 (5)
คะแนน						
ข้อ	13 (5)	14 (5)	15 (6)	16 (6)		
คะแนน						

กลุ่ม 1	อาจารย์ ดร.จุฑารัตน์ คงสอน	ห้อง KB-501 & KB-502
กลุ่ม 2	อาจารย์ ดร.ดวงกมล ผลเต็ม	ห้อง K-C300
กลุ่ม 3	อาจารย์ อารยา วิวัฒน์วานิช	ห้อง KB503 & KB-504
กลุ่ม 4	รศ. ดร.อำพล ธรรมเจริญ	ห้อง K-C300
กลุ่ม 501	อาจารย์ อารยา วิวัฒน์วานิช	ห้อง KB-504 & KB-505
กลุ่ม 502	อาจารย์ ดร.ดวงกมล ผลเต็ม	ห้อง K-C300

รวม

จงแสดงวิธีทำโดยละเอียดทุกข้อ

1. (5 คะแนน) กำหนดให้ \vec{a} และ \vec{b} เป็นเวกเตอร์แสดงดังภาพ

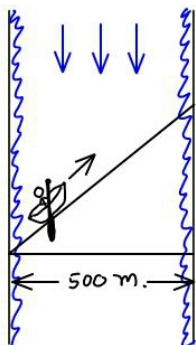


จงเขียนภาพเวกเตอร์

1.1 $\vec{b} - \vec{a}$

1.2 $\vec{a} + 2\vec{b}$

2. (6 คะแนน) แม่น้ำสายหนึ่งกว้าง 500 เมตร อยู่ในแนวเหนือใต้ น้ำไหลจากเหนือไปใต้ด้วยความเร็ว 60 เมตรต่อนาที ชายคนหนึ่งพายเรือด้วยความเร็วเทียบเท่ากับน้ำ 120 เมตรต่อนาที ถ้าชายคนนี้ต้องการพายเรือไปขึ้นฝั่งที่จุดตรงข้าม เขาจะต้องพายเรือโดยหันหัวเรือไปทางทิศใด และใช้เวลานานเท่าใด
(แนะนำ: ให้ x แทนเวลา และ ระยะทาง = ความเร็ว \times เวลา)



3. (5 คะแนน) ให้ \vec{a} และ \vec{b} เป็นเวกเตอร์ โดยที่ $\vec{a} + \vec{b} = 3\vec{i} + 4\vec{k}$, $|\vec{a}| = 4$ และ $|\vec{b}| = 2$ จงหามุมระหว่างเวกเตอร์ \vec{a} และ \vec{b}

4. (5 คะแนน) กำหนดจุด $P(1, 0, 0)$, $Q(0, 2, 0)$, $R(0, 0, 3)$ และ O เป็นจุดกำเนิด จงหาพื้นที่ผิวของรูปทรงสี่หน้าที่มีจุด O, P, Q และ R เป็นจุดมุม

5. (5 คะแนน) จงหาสมการระนาบที่ผ่านจุด $(1, 1, 2)$ และขนานกับระนาบ $2x - y + z = 3$

6. (6 คะแนน) จงตรวจสอบว่าจุด $A(1, 1, 1), B(-2, 4, 1), C(3, 1, 2)$ และ $D(5, 1, 3)$ อยู่ในระนาบเดียวกันหรือไม่

7. (5 คะแนน) จงหามุมระหว่างระนาบ $2x + y - z = 15$ และ $4x + 2y - 2z = 6$

8. (5 คะแนน) จงหาจุดบนระนาบ $x - 2y + 3z = 4$ ซึ่งอยู่ใกล้จุด $(2, 3, -2)$ มากที่สุด

9. (6 คะแนน) กำหนดสมการเส้นตรง $x - 2y + 2z = 4$ และ $2x + y = 3$

9.1 จงหาจุดที่เส้นตรงตัดกับระนาบ yz

9.2 จงหาสมการเส้นตรงในรูปแบบสมการอิงตัวแปรเสริม เมื่อเส้นตรงนี้ที่ผ่านจุดในข้อ 9.1

10. (5 คะแนน) จงวาดกราฟของ $16x^2 + 4y^2 - z = 0$

11. (5 คะแนน) จงวาดกราฟของ $5x^2 + 4y^2 + 4z^2 - 20x + 8z + 4 = 0$

12. (5 คะแนน) จงวาดกราฟของ $x^2 - 2x - 8z + 9 = 0$

13. (5 คะแนน) จงแสดงว่า $2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^n = 2^{n+1} - 2, n \geq 1$

14. (5 คะแนน) จงเขียนเวกเตอร์ตำแหน่ง $\vec{r}(t)$ ของรอยตัดกันของผิวโค้ง $x^2 + y^2 = 4$ และระนาบ $2y + z = 4$ พร้อมทั้งวาดกราฟแสดงรอยตัดของเส้นโค้ง

15. (6 คะแนน) กำหนดให้ $\vec{r}(t) = \sin(3t)\vec{i} + e^t\vec{j} + 5\vec{k}$ จงหา

15.1 $\lim_{t \rightarrow 0} \vec{r}(t)$

15.2 $\frac{d\vec{r}}{dt}$

15.3 $\int_0^1 \vec{r}(t) dt$

16. (6 คะแนน) กำหนดให้ $\vec{r}(t) = \cos(t)\vec{i} + \sin(t)\vec{j} + (t + 3)\vec{k}$ จงหา

16.1 เวกเตอร์หน่วยตั้งฉากคู่ \vec{B} ณ เวลา t ใดๆ

16.2 ความยาวส่วนโค้ง ในช่วง $0 \leq t \leq \pi$