



ข้อสอบกลางภาค ประจำภาคปลาย ปีการศึกษา 2555
วิชา 302216 Calculus of Several Variables
วันที่ 28 ธันวาคม 2555 เวลา 17.00 - 20.00 น.

ชื่อ รหัสประจำตัว..... ลำดับที่.....

คำชี้แจง

1. ข้อสอบแบ่งเป็น 2 ส่วน คือ Part A มีทั้งหมด 15 ข้อ 15 คะแนน และ Part B มีทั้งหมด 10 ข้อ 70 คะแนน รวมทั้งสิ้น 85 คะแนน (คิดเป็น 45 %)
2. ห้ามนำกระดาษ เครื่องคำนวณ และสูตรใดๆเข้าห้องสอบ
3. ห้ามแกะกระดาษคำตอบออกจากกัน
4. ให้เขียนชื่อ รหัสประจำตัว และลำดับที่ ทุกหน้าของกระดาษคำตอบ
5. **ทุจริตมีโทษสูงสุดตามระเบียบมหาวิทยาลัย**

Part A จงเขียนคำตอบลงในช่องว่าง (ปรนัยข้อละ 1 คะแนน)

(ข้อ 1 - 5) จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้ว่า **จริง** หรือ **เท็จ**

1. _____ $|\vec{A}| = \sqrt{\vec{A} \cdot \vec{A}}$
2. _____ $\vec{A} \times (-\vec{A}) = 0$
3. _____ $|\vec{A} \times \vec{B}| = |\vec{B} \times \vec{A}|$
4. _____ $|\vec{A} \times \vec{B}| \cdot \vec{B} = 0$
5. _____ $(\vec{A} \times \vec{A}) \cdot \vec{A} = 0$

(ข้อ 6 - 10) ผลลัพธ์ของข้อต่อไปนี้ เป็น **เวกเตอร์** หรือ **สเกลาร์** หรือ **ไม่มีความหมาย**

6. _____ $(\vec{A} \times \vec{B}) \cdot \vec{C}$
7. _____ $\vec{A} \times (\vec{B} \cdot \vec{C})$
8. _____ $\vec{A} \times (\vec{B} \times \vec{C})$
9. _____ $(\vec{A} \cdot \vec{B}) - |\vec{A}|$
10. _____ $(\vec{A} \cdot \vec{A})\vec{B} + \vec{B}$
11. จงเขียนสมการเส้นตรง $\frac{x-1}{-3} = \frac{y-2}{12}, z=5$ ในรูปสมการอิงตัวแปรเสริม

12. กำหนด $\vec{r}(t) = e^t \vec{i} + \frac{\sin t}{t} \vec{j}$ จงหาค่าของ $\lim_{t \rightarrow 0} \vec{r}(t)$ _____

(ข้อ 13 - 15) กำหนดผิวโค้ง $x = y^2 - z^2$

13. รอยตัดผิวโค้งด้วยระนาบ xy เป็นรูป _____
14. รอยตัดผิวโค้งด้วยระนาบ yz เป็นรูป _____
15. รอยตัดผิวโค้งด้วยระนาบ xz เป็นรูป _____

Part B จงแสดงวิธีทำโดยละเอียดลงในกระดาษคำตอบที่จัดให้ (อัตร้อย)

1. ให้ $\vec{u} = \langle 7, 0, -2 \rangle$, $\vec{v} = \langle 3, 2, 5 \rangle$, and $\vec{w} = \langle 1, -4, 6 \rangle$

- (a) (3 คะแนน) จงเขียนภาพแสดง \vec{u} , \vec{v} , และ \vec{w} บนแกนสามมิติ
- (b) (3 คะแนน) จงหาค่าของ $\vec{u} - 3\vec{v} + 5\vec{w}$
- (c) (4 คะแนน) จงหาสมการของระนาบที่ตั้งฉากกับ \vec{u} และผ่านจุด $(1, 2, 3)$
- (d) (4 คะแนน) จงหาสมการของเส้นตรงที่ขนานกับ \vec{w} และผ่านจุด $(8, 6, 4)$ (รูปแบบใดก็ได้)

2. (4 คะแนน) จงหาสมการของระนาบที่ขนานกับระนาบ $3x - y + 2z = 3$ และห่างจากระนาบนี้เป็นระยะ 4 หน่วย

3. (6 คะแนน) จงพิจารณาว่า เส้นตรงสองเส้นที่กำหนดให้ขนานกัน, ตัดกัน, หรือเป็นเส้นไขว้ต่างระดับกัน

$$L_1 : x = 2t + 1, y = -3t, z = 7t - 1$$

$$L_2 : x = s + 2, y = -s + 1, z = 3s$$

4. จงร่างกราฟของผิวโค้งที่อธิบายด้วยสมการต่อไปนี้

- (a) (5 คะแนน) $4x^2 + 4y^2 + z^2 + 8y - 4z = -4$
- (b) (4 คะแนน) $x^2 + y^2 - \frac{z^2}{4} = 1$
- (c) (3 คะแนน) $4x^2 - y^2 + z^2 = 0$

5. (7 คะแนน) กำหนดจุด $A(1, 2, -1)$, $B(3, 1, 0)$, และ $C(-2, 3, 1)$

- (a) จงหามุม \hat{ABC}
- (b) จงหา $Proj_{\vec{BC}} \vec{BA}$

6. (8 คะแนน) กำหนดจุดยอดของสี่เหลี่ยมด้านขนานในสามมิติดังนี้

$$A(1, -1, 2), B(2, 0, 1), C(3, 2, -1), \text{ และ } D(2, 1, 0)$$

- (a) จงหาพื้นที่ของสี่เหลี่ยมด้านขนานที่มี \vec{AB} , และ \vec{AD} เป็นด้านประชิด
- (b) กำหนดจุด $E(2, -2, 5)$ จงหาปริมาตรของรูปทรงขนานที่มี \vec{AB} , \vec{AD} , และ \vec{AE} เป็นขอบประชิด

7. (4 คะแนน) จงหาเวกเตอร์หน่วยสัมผัส ณ เวลา $t = 1$ ของฟังก์ชันค่าเวกเตอร์ $\vec{r}(t) = \langle 4t, 1 - 2t^2, \frac{2}{3}t^3 \rangle$

8. (4 คะแนน) จงหาความยาวส่วนโค้งของกราฟของ $\vec{r}(t) = (\cos 4t)\vec{i} - (\sin 4t)\vec{j} + (6t)\vec{k}$ ที่อยู่ระหว่าง $t = 0$ และ $t = \pi$

9. (6 คะแนน) สมมติว่าอนุภาคเคลื่อนที่ โดยมีเวกเตอร์ตำแหน่งตั้งต้นเป็น $\vec{r}(0) = 2\vec{i}$ และเวกเตอร์ความเร็วตั้งต้นเป็น $\vec{v}(0) = \vec{i} - \vec{j}$ ถ้าความเร่ง ณ เวลาใดๆ เป็น $\vec{a}(t) = 2\vec{i} + 6\vec{j}$ จงหาตำแหน่งและความเร็วของอนุภาค ณ เวลา t ใดๆ

10. (5 คะแนน) จงใช้อุปนัยเชิงคณิตศาสตร์พิสูจน์ว่า $3^n > n^3$ เป็นจริงสำหรับทุกจำนวนเต็ม $n \geq 4$