

## ปีการศึกษา 2554

1. จงพิจารณาว่าสมการต่อไปนี้เป็นสมการเชิงอนุพันธ์สามัญ (ODE) หรือสมการเชิงอนุพันธ์ย่อย (PDE) พร้อมทั้งพิจารณาอันดับ (order) และดีกรี (degree) ของสมการแต่ละสมการด้วย และเขียนคำตอบลงในตารางที่กำหนดให้ (8 คะแนน)

สมการ	ODE หรือ PDE	อันดับ	ดีกรี
1. $\frac{d^4 y}{dx^4} - e^{-x} \left( \frac{d^2 y}{dx^2} \right)^3 + 4y = 45$			
2. $\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} - 4 \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} = u$			
3. $\left( \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)^3 + \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial u}{\partial x} - \sqrt{\sin u}$			
4. $\left( \frac{d^3 y}{dx^3} \right)^4 + \left( \frac{d^2 y}{dx^2} \right)^5 = \ln x$			

2. จงพิจารณาว่าสมการเชิงอนุพันธ์ต่อไปนี้ เป็นสมการเชิงอนุพันธ์เชิงเส้น (linear equation) หรือไม่ ถ้าไม่เป็นพร้อมทั้งให้เหตุผลด้วย (8 คะแนน)

สมการ	เป็นสมการเชิงอนุพันธ์เชิงเส้นหรือไม่
1. $\left( \frac{d^2 y}{dx^2} \right)^3 - 0.5y = e^{\frac{x}{2}}$	
2. $8x^3 \frac{d^3 y}{dx^3} - 5x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} = \ln x$	
3. $y \frac{d^2 y}{dx^2} - \frac{dy}{dx} + 18y = e^{\sqrt{x}}$	
4. $\frac{dy}{dx} - \ln y = \ln 15$	

3. จงแสดงว่า  $y = \frac{1}{2} \sin x - \frac{1}{2} \cos x + 10e^{-x}$  เป็นคำตอบของสมการเชิงอนุพันธ์

$$y' + y = \sin x \quad (9 \text{ คะแนน})$$

4. จงหาคำตอบทั่วไป และคำตอบเฉพาะของสมการเชิงอนุพันธ์

$$y^{-2555} dx - (y^2 + 1)e^{-3x} dy = 0, \quad y(0) = 0 \quad (8 \text{ คะแนน})$$

5. จงหาคำตอบทั่วไปของสมการเชิงอนุพันธ์  $\frac{dy}{dx} = \frac{3x - 2y}{2x - y}$  (8 คะแนน)

6. กำหนดให้  $2y + (x - \sin \sqrt{y}) \frac{dy}{dx} = 0$

จงตรวจสอบว่าสมการเชิงอนุพันธ์นี้เป็นสมการแม่นตรง (exact equations) หรือไม่ และหาคำตอบทั่วไป (9 คะแนน)

7. จงหาคำตอบทั่วไปของสมการเชิงอนุพันธ์  $x^2 y' + x(x+2)y = e^x$  (8 คะแนน)

8. จงหาคำตอบทั่วไปของสมการเชิงอนุพันธ์  $x^2 \frac{dy}{dx} - x y = y^2$  (9 คะแนน)

9. จงหาแนววิถีตั้งฉากของ  $y = c_1 e^{-x}$  (8 คะแนน)

10. กำหนดสมการเชิงอนุพันธ์ (7 คะแนน)

$$(2x+1)y'' - (4x+4)y' + 4y = 0$$

(a) จงตรวจสอบว่า  $y_1(x) = e^{2x}$ ,  $y_2(x) = x^2$ ,  $y_3(x) = x+1$  เป็นคำตอบของสมการเชิงอนุพันธ์ที่กำหนดให้หรือไม่

(b) จงตรวจสอบความเป็นอิสระเชิงเส้น (Linearly Independent) ของ 2 คำตอบของสมการเชิงอนุพันธ์ที่ได้จากข้อ (a)

(c) จงนำผลจากข้อ (a) และ (b) มาเขียนเป็นคำตอบทั่วไปของสมการเชิงอนุพันธ์

11. ถ้า  $y_1(x) = x^{\frac{3}{2}}$  เป็นคำตอบหนึ่งของสมการ  $4x^2 y'' - 8x y' + 9y = 0$

จงใช้คำตอบที่กำหนดให้ หาคำตอบทั่วไปของสมการเชิงอนุพันธ์นี้ (8 คะแนน)

12. จงหาคำตอบทั่วไปของสมการเชิงอนุพันธ์ (10 คะแนน)

$$6y''' + 5y'' + y' = 0, \quad y(0) = -2, \quad y'(0) = 2, \quad y''(0) = 0$$