



ข้อสอบปลายภาค ประจำปีภาคต้น ปีการศึกษา 2559  
รายวิชา 302111(59) - Calculus I  
สอบวันที่ 30 พฤศจิกายน 2559 เวลา 09:00 - 12:00 น.

ชื่อ - นามสกุล ..... รหัสประจำตัว .....

คณะ ..... กลุ่ม ..... ลำดับที่ .....

**302111**

กลุ่ม 01 ดร.อรรถพร แก้วขาว      กลุ่ม 02 ดร.สมคิด อินเทพ      กลุ่ม 03 ผศ.ดร.สินีนานา ศรีมงคล  
กลุ่ม 301 ดร.อรรถพร แก้วขาว      กลุ่ม 501 ดร.สมคิด อินเทพ

**30211159**

กลุ่ม 01 ผศ.ดร.อารีรักษ์ ชัยวร      กลุ่ม 02 อ.พรทิพย์ เกษมพิณ      กลุ่ม 03 ผศ.ดร.วราพรณ จันทร์ดี  
กลุ่ม 04 ดร.จุฑารัตน์ คงสอน      กลุ่ม 05 ผศ.ดร.อังคณา บุญดิเรก      กลุ่ม 06 ดร.อรรถพร แก้วขาว  
กลุ่ม 07 อ.พรทิพย์ เกษมพิณ      กลุ่ม 08 ดร.อภิชาติ เนียมวงษ์      กลุ่ม 09 ผศ.ดร.วราพรณ จันทร์ดี  
กลุ่ม 10 ผศ.ดร.อังคณา บุญดิเรก      กลุ่ม 301 ดร.สารัตน์ ศิลปวงษา      กลุ่ม 302 ดร.บุญยงค์ ศรีพลแผ้ว

**ห้ามแกะข้อสอบออกจากกัน**

**คำชี้แจง**

1. ให้แสดงวิธีทำโดยละเอียดทุกข้อ
2. ข้อสอบมีทั้งหมด 13 หน้า 16 ข้อ 100 คะแนน (คิดเป็น 50%)
3. สามารถใช้ได้ทั้งดินสอและปากกาในการทำข้อสอบ ห้ามใช้ปากกาสีแดง
4. ห้ามนำกระดาษ เครื่องคำนวณ และสูตรใดๆเข้าห้องสอบ ถ้าตรวจพบถือว่าทุจริตในการสอบ
5. ให้เขียน รหัสประจำตัว กลุ่ม และลำดับที่ ทุกหน้าของข้อสอบ
6. ห้ามใช้โทรศัพท์มือถือในระหว่างการสอบ และปิดอุปกรณ์สื่อสารทุกชนิด ถ้าตรวจพบถือว่าทุจริตในการสอบ
7. ไม่อนุญาตให้หนีตผู้เข้าสอบออกจากห้องสอบ จนกว่าจะได้รับอนุญาตจากกรรมการผู้คุมสอบ
8. การสอบทุจริต จะได้รับเกรด F และพักการเรียน 1 ภาคเรียน  
การกระทำทุจริต จะได้รับเกรด F และพักการเรียน 1 ปีการศึกษา  
การให้ผู้อื่นเข้าสอบแทน หรือปลอมแปลงเพื่อเข้าสอบ จะได้รับเกรด F และพักการเรียน 2 ปีการศึกษา

ข้อ	1 (5)	2 (7)	3 (5)	4 (6)	5 (6)	6 (6)	คะแนนรวม (100)
คะแนน							
ข้อ	7 (6)	8 (6)	9 (7)	10 (6)	11 (7)	12 (6)	
คะแนน							
ข้อ	13 (7)	14 (8)	15 (4)	16 (8)			
คะแนน							

สูตรการหาอนุพันธ์

1.  $\frac{dc}{dx} = 0$  เมื่อ  $c$  เป็นค่าคงที่ใดๆ
2.  $\frac{d}{dx}cf(x) = c\frac{d}{dx}f(x)$  เป็นค่าคงที่ใดๆ
3.  $\frac{d}{dx}(u \pm v) = \frac{du}{dx} \pm \frac{dv}{dx}$
4.  $\frac{d}{dx}(uv) = u\frac{dv}{dx} + v\frac{du}{dx}$
5.  $\frac{d}{dx}\left(\frac{u}{v}\right) = \frac{v\frac{du}{dx} - u\frac{dv}{dx}}{v^2}; \quad v \neq 0$
6.  $\frac{d}{dx} \ln u = \frac{1}{u} \frac{du}{dx}$
7.  $\frac{d}{dx} \log_a u = \frac{1}{u \ln a} \frac{du}{dx}$  เมื่อ  $a > 0$  และ  $a \neq 1$
8.  $\frac{d}{dx} e^u = e^u \frac{du}{dx}$
9.  $\frac{d}{dx} a^u = a^u \ln a \frac{du}{dx}$  เมื่อ  $a > 0$  และ  $a \neq 1$
10.  $\frac{d}{dx} u^n = nu^{n-1} \frac{du}{dx}$
11.  $\frac{d}{dx} (\sin u) = \cos u \frac{du}{dx}$
12.  $\frac{d}{dx} (\cos u) = -\sin u \frac{du}{dx}$
13.  $\frac{d}{dx} (\tan u) = \sec^2 u \frac{du}{dx}$
14.  $\frac{d}{dx} (\cot u) = -\csc^2 u \frac{du}{dx}$
15.  $\frac{d}{dx} (\sec u) = \sec u \tan u \frac{du}{dx}$
16.  $\frac{d}{dx} (\csc u) = -\csc u \cot u \frac{du}{dx}$
17.  $\frac{d}{dx} (\sinh u) = \cosh u \frac{du}{dx}$
18.  $\frac{d}{dx} (\cosh u) = \sinh u \frac{du}{dx}$
19.  $\frac{d}{dx} (\tanh u) = \operatorname{sech}^2 u \frac{du}{dx}$
20.  $\frac{d}{dx} (\coth u) = -\operatorname{csch}^2 u \frac{du}{dx}$
21.  $\frac{d}{dx} (\operatorname{sech} u) = -\operatorname{sech} u \tanh u \frac{du}{dx}$
22.  $\frac{d}{dx} (\operatorname{csch} u) = -\operatorname{csch} u \coth u \frac{du}{dx}$
23.  $\frac{d}{dx} (\sin^{-1} u) = \frac{1}{\sqrt{1-u^2}} \frac{du}{dx}$
24.  $\frac{d}{dx} (\cos^{-1} u) = \frac{-1}{\sqrt{1-u^2}} \frac{du}{dx}$

25.  $\frac{d}{dx} (\tan^{-1} u) = \frac{1}{1+u^2} \frac{du}{dx}$
26.  $\frac{d}{dx} (\cot^{-1} u) = \frac{-1}{1+u^2} \frac{du}{dx}$
27.  $\frac{d}{dx} (\sec^{-1} u) = \frac{1}{|u|\sqrt{u^2-1}} \frac{du}{dx}$
28.  $\frac{d}{dx} (\csc^{-1} u) = \frac{-1}{|u|\sqrt{u^2-1}} \frac{du}{dx}$

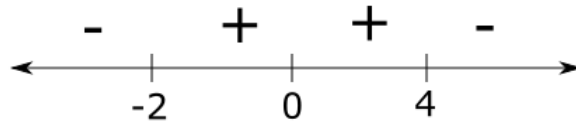
สูตรการอินทิเกรต

1.  $\int kf(x)dx = k \int f(x)dx$  เมื่อ  $k$  เป็นค่าคงที่
2.  $\int [f(x) \pm g(x)] dx = \int f(x) dx \pm \int g(x) dx$
3.  $\int du = u + c$
4.  $\int u^n du = \frac{u^{n+1}}{n+1} + c$  เมื่อ  $n \neq -1$
5.  $\int \frac{1}{u} du = \ln|u| + c$
6.  $\int a^u du = \frac{a^u}{\ln a} + c$  เมื่อ  $a > 0$  และ  $a \neq 1$
7.  $\int e^u du = e^u + c$
8.  $\int \sin u du = -\cos u + c$
9.  $\int \cos u du = \sin u + c$
10.  $\int \sec^2 u du = \tan u + c$
11.  $\int \csc^2 u du = -\cot u + c$
12.  $\int \sec u \tan u du = \sec u + c$
13.  $\int \csc u \cot u du = -\csc u + c$
14.  $\int \tan u du = \ln|\sec u| + c = -\ln|\cos u| + c$
15.  $\int \cot u du = \ln|\sin u| + c$
16.  $\int \sec u du = \ln|\sec u + \tan u| + c$
17.  $\int \csc u du = \ln|\csc u - \cot u| + c$
18.  $\int \sinh u du = \cosh u + c$
19.  $\int \cosh u du = \sinh u + c$
20.  $\int \operatorname{sech}^2 u du = \tanh u + c$
21.  $\int \operatorname{csch}^2 u du = -\coth u + c$
22.  $\int \operatorname{sech} u \tanh u du = -\operatorname{sech} u + c$
23.  $\int \operatorname{csch} u \coth u du = -\operatorname{csch} u + c$
24.  $\int \frac{1}{\sqrt{a^2-u^2}} du = \sin^{-1} \frac{u}{a} + c$  เมื่อ  $a > 0$
25.  $\int \frac{1}{a^2+u^2} du = \frac{1}{a} \tan^{-1} \frac{u}{a} + c$  เมื่อ  $a > 0$
26.  $\int \frac{1}{u\sqrt{u^2-a^2}} du = \frac{1}{a} \sec^{-1} \left| \frac{u}{a} \right| + c$  เมื่อ  $a > 0$

1. กำหนดให้ข้อมูลต่อไปนี้

1.1 กำหนดให้  $f$  มีจุดวิกฤต คือ  $(-2, -3)$ ,  $(0, 3)$  และ  $(4, 7)$

1.2 กำหนดเครื่องหมายของอนุพันธ์อันดับหนึ่ง  $f'(x)$  ดังนี้



1.3  $f''(2) = 0$  และ  $f(2) = 5$

1.4 กำหนดเครื่องหมายของอนุพันธ์อันดับสอง  $f''(x)$  ดังนี้



จงใช้ข้อมูลในข้อที่ 1.1-1.4 เขียนกราฟของฟังก์ชัน  $f$

(5 คะแนน)

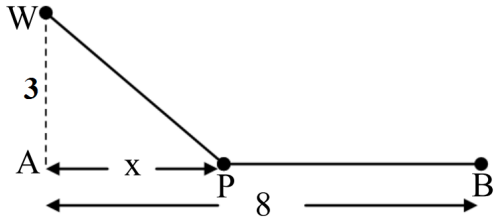
2. กำหนดให้ฟังก์ชัน  $f(x) = -2x^3 - 3x^2 + 12x + 9$  จงหา (7 คะแนน)

2.1 จุดวิกฤต

2.2 ช่วงที่  $f$  เป็นฟังก์ชันเพิ่ม และ ช่วงที่  $f$  เป็นฟังก์ชันลด

2.3 ค่าสูงสุดสัมพัทธ์ และค่าต่ำสุดสัมพัทธ์ (ถ้ามี)

3. บ่อน้ำมันแห่งหนึ่งอยู่ในทะเล ณ จุด W ซึ่งอยู่ห่างจากชายฝั่ง 3 กิโลเมตร จากจุด A ซึ่งอยู่ใกล้ที่สุด น้ำมันจะถูกส่งไปตามท่อผ่านจุด P ไปยังจุด B ซึ่งเป็นจุดที่อยู่บนชายฝั่ง จุด B อยู่ห่างจากจุด A 8 กิโลเมตร (ตั้งรูป) ถ้าค่าใช้จ่ายการวางท่อในทะเลเป็น 2 ล้านบาทต่อกิโลเมตร บนพื้นดินเป็น 1 ล้านบาทต่อกิโลเมตร จงหาว่าจุด P ควรอยู่ห่างจากจุด A เท่าใด จึงจะเสียค่าใช้จ่ายน้อยที่สุด (5 คะแนน)



$$4. \int \frac{4x^3 - \sqrt{7x} + 6x}{x^2} dx$$

(6 คะแนน)

$$5. \int \left( 5^x + \operatorname{sech}(x) \tanh(x) - \frac{1}{x^2 + 36} \right) dx$$

(6 คะแนน)

6.  $\int (3x^2 + 2)(x^3 + 2x)^{20} dx$

(6 คะแนน)

7.  $\int x5^{x^2+3} dx$

(6 คะแนน)

8.  $\int \frac{\sinh(2x)}{\sqrt[3]{1 + \cosh(2x)}} dx$

(6 คะแนน)

9. จงหาสมการเส้นโค้งที่มีความชัน ณ จุดใดๆ คือ  $\frac{dy}{dx} = \frac{3x}{(y-1)(x^2+1)}$  และผ่านจุด  $(0, 4)$  (7 คะแนน)



10.  $\int x^{2559} \ln(x) dx$

(6 คะแนน)

11.  $\int x^2 \cos(2x) dx$

(7 คะแนน)

12.  $\int \sin(3x) \cos^2(5x) dx$

(6 คะแนน)

13.  $\int \frac{\sec^4 x}{\tan x} dx$

(7 คะแนน)

14.  $\int \frac{1}{(4x^2 + 9)^{\frac{3}{2}}} dx$

(8 คะแนน)

15. จงกระจายฟังก์ชัน  $\frac{4x + 1}{x^2(x^2 + 1)^2}$  ให้อยู่ในรูปเศษส่วนย่อย โดยติดอยู่ในรูปตัวแปร A,B,C,D,... และไม่ต้องการค่า (4 คะแนน)

16.  $\int \frac{2x^2 - 3x + 1}{(x - 3)(x^2 + 1)} dx$

(8 คะแนน)