



ข้อสอบกลางภาค ประจำปีภาคต้น ปีการศึกษา 2558
รายวิชา 302111 - Calculus I
สอบวันที่ 13 ตุลาคม 2558 เวลา 09:00 - 12:00 น.

ชื่อ - นามสกุล รหัสประจำตัว

คณะ กลุ่ม ลำดับที่

กลุ่ม 01	อ.พรทิพย์ เกษมพิน	กลุ่ม 02	ผศ.อารีรักษ์ ชัยวร	กลุ่ม 03	อ.วรพรรณ จันทร์ดี
กลุ่ม 04	อ.อรรรณพ แก้วขาว	กลุ่ม 05	อ.อภิชาติ เนียมวงษ์	กลุ่ม 06	อ.สารัตน์ ศิลปวงษา
กลุ่ม 07	อ.รัชนิกร ชลไชยะ	กลุ่ม 08	อ.อรรรณพ แก้วขาว	กลุ่ม 301	อ.อภิชาติ เนียมวงษ์
กลุ่ม 302	อ.บุญยงค์ ศรีพลแผ้ว	กลุ่ม 303	อ.อรรรณพ แก้วขาว	กลุ่ม 3401	อ.พรทิพย์ เกษมพิน

ห้ามแกะข้อสอบออกจากกัน

คำชี้แจง

1. ให้แสดงวิธีทำโดยละเอียดทุกข้อ
2. ข้อสอบมีทั้งหมด 14 หน้า 21 ข้อ 100 คะแนน (คิดเป็น 50%)
3. สามารถใช้ได้ทั้งดินสอและปากกาในการทำข้อสอบ ห้ามใช้ปากกาสีแดง
4. ห้ามนำกระดาษ เครื่องคำนวณ และสูตรใดๆเข้าห้องสอบ ถ้าตรวจพบถือว่าทุจริตในการสอบ
5. ให้เขียน รหัสประจำตัว กลุ่ม และลำดับที่ ทุกหน้าของข้อสอบ
6. ห้ามใช้โทรศัพท์มือถือในระหว่างการสอบ และปิดอุปกรณ์สื่อสารทุกชนิด ถ้าตรวจพบถือว่าทุจริตในการสอบ
7. ไม่อนุญาตให้นิสิตผู้เข้าสอบออกจากห้องสอบ จนกว่าจะได้รับอนุญาตจากกรรมการผู้คุมสอบ
8. ทุจริตในการสอบมีโทษสูงสุดตามระเบียบมหาวิทยาลัย

ข้อ	1 (5)	2 (5)	3 (2)	4 (4)	5 (5)	6 (3)	คะแนนรวม (100)
คะแนน							
ข้อ	7 (5)	8 (5)	9 (5)	10 (7)	11 (5)	12 (5)	
คะแนน							
ข้อ	13 (4)	14 (5)	15 (5)	16 (5)	17 (5)	18 (5)	
คะแนน							
ข้อ	19 (5)	20 (5)	21 (5)				
คะแนน							

สูตรการหาอนุพันธ์

1. $\frac{dc}{dx} = 0$ เมื่อ c เป็นค่าคงที่ใดๆ
2. $\frac{d}{dx}cf(x) = c\frac{d}{dx}f(x)$ เป็นค่าคงที่ใดๆ
3. $\frac{d}{dx}(u \pm v) = \frac{du}{dx} \pm \frac{dv}{dx}$
4. $\frac{d}{dx}(uv) = u\frac{dv}{dx} + v\frac{du}{dx}$
5. $\frac{d}{dx}\left(\frac{u}{v}\right) = \frac{v\frac{du}{dx} - u\frac{dv}{dx}}{v^2}; \quad v \neq 0$
6. $\frac{d}{dx}\ln u = \frac{1}{u}\frac{du}{dx}$
7. $\frac{d}{dx}\log_a u = \frac{1}{u \ln a}\frac{du}{dx}$ เมื่อ $a > 0$ และ $a \neq 1$
8. $\frac{d}{dx}e^u = e^u\frac{du}{dx}$
9. $\frac{d}{dx}a^u = a^u \ln a \frac{du}{dx}$ เมื่อ $a > 0$ และ $a \neq 1$
10. $\frac{d}{dx}u^n = nu^{n-1}\frac{du}{dx}$
11. $\frac{d}{dx}(\sin u) = \cos u \frac{du}{dx}$
12. $\frac{d}{dx}(\cos u) = -\sin u \frac{du}{dx}$
13. $\frac{d}{dx}(\tan u) = \sec^2 u \frac{du}{dx}$
14. $\frac{d}{dx}(\cot u) = -\csc^2 u \frac{du}{dx}$
15. $\frac{d}{dx}(\sec u) = \sec u \tan u \frac{du}{dx}$
16. $\frac{d}{dx}(\csc u) = -\csc u \cot u \frac{du}{dx}$
17. $\frac{d}{dx}(\sinh u) = \cosh u \frac{du}{dx}$
18. $\frac{d}{dx}(\cosh u) = \sinh u \frac{du}{dx}$
19. $\frac{d}{dx}(\tanh u) = \operatorname{sech}^2 u \frac{du}{dx}$
20. $\frac{d}{dx}(\coth u) = -\operatorname{csch}^2 u \frac{du}{dx}$
21. $\frac{d}{dx}(\operatorname{sech} u) = -\operatorname{sech} u \tanh u \frac{du}{dx}$
22. $\frac{d}{dx}(\operatorname{csch} u) = -\operatorname{csch} u \coth u \frac{du}{dx}$
23. $\frac{d}{dx}(\sin^{-1} u) = \frac{1}{\sqrt{1-u^2}}\frac{du}{dx}$
24. $\frac{d}{dx}(\cos^{-1} u) = \frac{-1}{\sqrt{1-u^2}}\frac{du}{dx}$

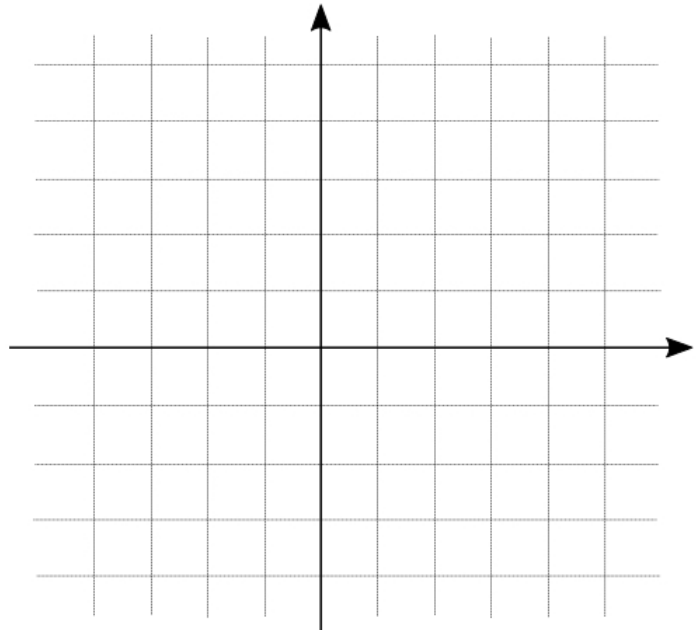
25. $\frac{d}{dx}(\tan^{-1} u) = \frac{1}{1+u^2}\frac{du}{dx}$
26. $\frac{d}{dx}(\cot^{-1} u) = \frac{-1}{1+u^2}\frac{du}{dx}$
27. $\frac{d}{dx}(\sec^{-1} u) = \frac{1}{|u|\sqrt{u^2-1}}\frac{du}{dx}$
28. $\frac{d}{dx}(\csc^{-1} u) = \frac{-1}{|u|\sqrt{u^2-1}}\frac{du}{dx}$

สูตรการอินทิเกรต

1. $\int kf(x)dx = k\int f(x)dx$ เมื่อ k เป็นค่าคงที่
2. $\int [f(x) \pm g(x)] dx = \int f(x) dx \pm \int g(x) dx$
3. $\int du = u + c$
4. $\int u^n du = \frac{u^{n+1}}{n+1} + c$ เมื่อ $n \neq -1$
5. $\int \frac{1}{u} du = \ln|u| + c$
6. $\int a^u du = \frac{a^u}{\ln a} + c$ เมื่อ $a > 0$ และ $a \neq 1$
7. $\int e^u du = e^u + c$
8. $\int \sin u du = -\cos u + c$
9. $\int \cos u du = \sin u + c$
10. $\int \sec^2 u du = \tan u + c$
11. $\int \csc^2 u du = -\cot u + c$
12. $\int \sec u \tan u du = \sec u + c$
13. $\int \csc u \cot u du = -\csc u + c$
14. $\int \tan u du = \ln|\sec u| + c = -\ln|\cos u| + c$
15. $\int \cot u du = \ln|\sin u| + c$
16. $\int \sec u du = \ln|\sec u + \tan u| + c$
17. $\int \csc u du = \ln|\csc u - \cot u| + c$
18. $\int \sinh u du = \cosh u + c$
19. $\int \cosh u du = \sinh u + c$
20. $\int \operatorname{sech}^2 u du = \tanh u + c$
21. $\int \operatorname{csch}^2 u du = -\coth u + c$
22. $\int \operatorname{sech} u \tanh u du = -\operatorname{sech} u + c$
23. $\int \operatorname{csch} u \coth u du = -\operatorname{csch} u + c$
24. $\int \frac{1}{\sqrt{a^2-u^2}} du = \sin^{-1} \frac{u}{a} + c$ เมื่อ $a > 0$
25. $\int \frac{1}{a^2+u^2} du = \frac{1}{a} \tan^{-1} \frac{u}{a} + c$ เมื่อ $a > 0$
26. $\int \frac{1}{u\sqrt{u^2-a^2}} du = \frac{1}{a} \sec^{-1} \left| \frac{u}{a} \right| + c$ เมื่อ $a > 0$

1. กำหนดให้ $f(x) = \begin{cases} (x-2)^2, & x \geq 0 \\ |x+2|, & x < 0 \end{cases}$
 จงเขียนกราฟของฟังก์ชัน f

(5 คะแนน)

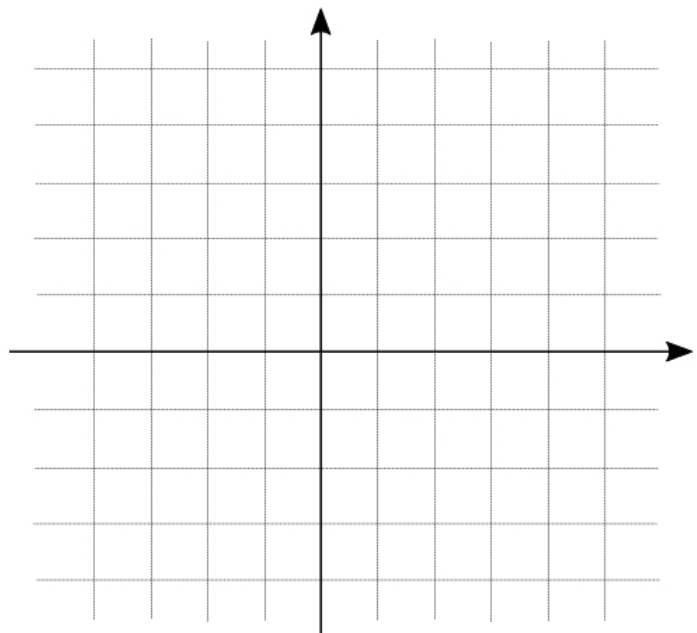


2. จงเขียนกราฟของสมการอิงตัวแปรเสริม $y = 4 - t, x = -\sqrt{t}$
 พร้อมทั้งหาจุดตัดบนแกน x และ y ทุกจุด (ถ้ามี)

(5 คะแนน)

จุดตัดบนแกน x คือ.....

จุดตัดบนแกน y คือ.....



ข้อ 3 - 8 จงแสดงวิธีการหาค่าลิมิตต่อไปนี้ (ห้ามใช้กฎของโลปิตาล)

3.
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 1}{x^2 - 4x + 3}$$

(2 คะแนน)

4.
$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2x - 4}{|2 - x|}$$

(4 คะแนน)

$$5. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{3 - \sqrt{x^2 + 5}}{x + 2}$$

(5 คะแนน)

$$6. \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{x}{x^2 + 2x}$$

(3 คะแนน)

$$7. \lim_{x \rightarrow -\infty} (x + \sqrt{x^2 + 7x - 2})$$

(5 คะแนน)

$$8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^3(3x)}{x^3}$$

(5 คะแนน)

9. กำหนดฟังก์ชัน

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{x-4}, & x > 3 \\ x-1, & x \leq 3 \end{cases}$$

จงตรวจสอบว่า f มีความต่อเนื่องที่ $x = 3$ หรือไม่

(5 คะแนน)

10. กำหนดฟังก์ชัน $f(x) = \frac{x^2}{x^2 - 2x - 3}$ จงหา

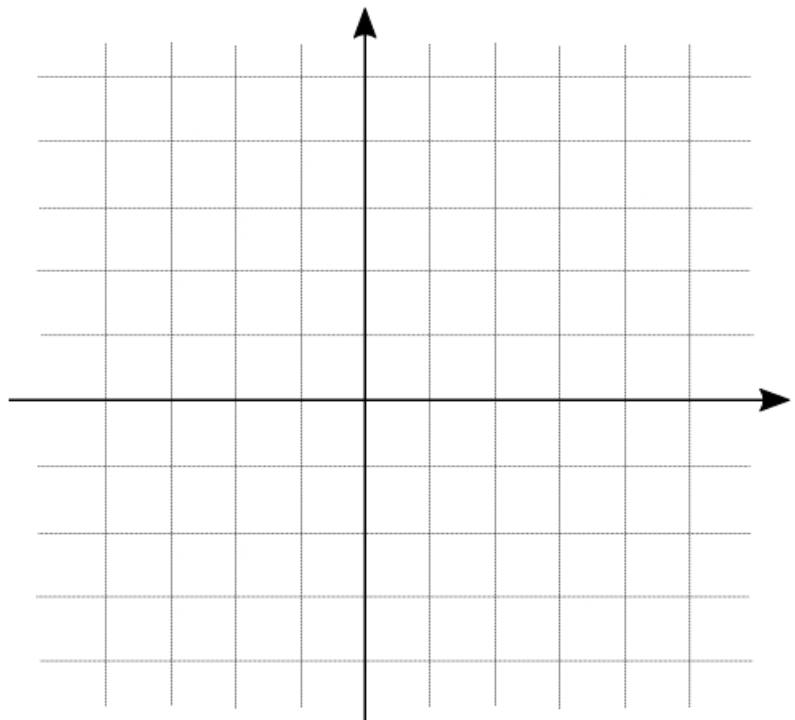
(7 คะแนน)

10.1 จงหาสมการของเส้นกำกับแนวตั้ง เส้นกำกับแนวนอน และเส้นกำกับแนวเฉียง (ถ้ามี)

10.2 จงเขียนกราฟของฟังก์ชัน f พร้อมทั้งหาจุดตัดบนแกน x และ y (ถ้ามี)

จุดตัดบนแกน x คือ.....

จุดตัดบนแกน y คือ.....



11. กำหนดฟังก์ชัน

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + 3, & x < 2 \\ x^3 - 5, & x \geq 2 \end{cases}$$

จงใช้บทนิยามของอนุพันธ์เพื่อหา $f'(2)$

(5 คะแนน)

12. กำหนด $y = 5x^5 + 5^\pi + \pi^x + \frac{1}{\sqrt{x}} - \sqrt{2} \coth(x)$ จงหา $\frac{dy}{dx}$ (5 คะแนน)

13. กำหนด $y = \sqrt{\arcsin(8x)}$ จงหา $\frac{dy}{dx}$ (4 คะแนน)

14. กำหนด $\cos(y) + x^3y^5 = 2558$ จงหา $\frac{dy}{dx}$ (5 คะแนน)

15. กำหนด $f(x) = \frac{3 + 2x}{4 - 3x}$ จงหา(อนุพันธ์ของฟังก์ชันผกผัน) $(f^{-1})'(5)$ (5 คะแนน)

16. กำหนด $x = 2 + \ln(t)$, $y = 5t + 8t^2$ จงหา $\frac{dy}{dx}$ และ $\frac{d^2y}{dx^2}$ (5 คะแนน)

17. กำหนด $y = \log_2(2x + 1) - \sec^5(x) + e^{5x+1}$ จงหา $\frac{dy}{dx}$ (5 คะแนน)

18. กำหนด $y = (x^2 + 1)^{\sin(x)}$ จงหา $\frac{dy}{dx}$ (5 คะแนน)

19. จงหาสมการเส้นสัมผัสและเส้นตั้งฉากของเส้นโค้ง $y = 3x^4 + 4x^2 + 5x + 6$ ที่จุด $x = 1$ (5 คะแนน)

20. จงใช้ค่าเชิงอนุพันธ์ หรือแบบเชิงเส้น ประมาณค่า 1.002^{1000} (5 คะแนน)

21. ชายคนหนึ่งอยู่ห่างจากรางรถไฟตามแนวตั้งฉากเป็นระยะทาง 30 เมตร รถไฟวิ่งตามรางรถไฟในทิศทางซึ่งเข้าหาชายคนนี้ ด้วยความเร็ว 90 กม./ชม. จงหาว่า ระยะห่างระหว่างรถไฟกับชายคนนั้น (ก่อนรถไฟวิ่งผ่านไป) จะลดลงด้วยอัตราการเปลี่ยนแปลงเท่าไร เมื่อเขาอยู่ห่างจากรถไฟ 50 เมตร (5 คะแนน)