



ข้อสอบกลางภาค ประจำภาคฤดูร้อน ปีการศึกษา 2560  
 รายวิชา 30212159 - Engineering Mathematics I  
 สอบวันที่ 25 มิถุนายน 2561 เวลา 9:00 - 12:00 น.

ชื่อ - นามสกุล ..... รหัสประจำตัว .....

คณะ ..... กลุ่ม ..... ลำดับที่ .....

## ห้ามแกะข้อสอบออกจากกัน

### คำชี้แจง

1. ให้แสดงวิธีทำโดยละเอียดทุกข้อ
2. ข้อสอบมีทั้งหมด 17 หน้า 18 ข้อ 104 คะแนน (คิดเป็น 50%)
3. สามารถใช้ได้ทั้งดินสอและปากกาในการทำข้อสอบ
4. ห้ามนำกระดาษ เครื่องคำนวณ และสูตรใดๆเข้าห้องสอบ ตรวจพบถือว่าทุจริต
5. ห้ามนำโทรศัพท์มือถือเข้าห้องสอบ และปิดอุปกรณ์สื่อสารทุกชนิด
6. ไม่อนุญาตให้ออกจากห้องสอบ ก่อนได้รับอนุญาตจากผู้คุมสอบ
7. ทุจริตมีโทษตามระเบียบข้อบังคับมหาวิทยาลัยว่าด้วยการศึกษา พ.ศ. ๒๕๕๙ ข้อ ๕ โทษการกระทำ การสอบ เจตนาทุจริต หรือกระทำการทุจริตในการวัดผล

ข้อ	1 (7)	2 (11)	3 (16)	4 (4)	5 (6)	6 (6)	คะแนนรวม (104)
คะแนน							
ข้อ	7 (6)	8 (5)	9 (5)	10 (5)	11 (4)	12 (5)	
คะแนน							
ข้อ	13 (4)	14 (4)	15 (5)	16 (3)	17 (4)	18 (4)	
คะแนน							

กลุ่ม 01    ธรรมพแก้วขาว    ||    กลุ่ม 02    อภิลิทธิ ภาคพงศ์พันธุ์  
 กลุ่ม 501    ธรรมพ แก้วขาว    ||    กลุ่ม 502    รักพร ดอกจันทร์

สูตรการหาอนุพันธ์	สูตรการหาปริพันธ์
1. $\frac{dc}{dx} = 0$ เมื่อ $c$ เป็นค่าคงที่ใดๆ	1. $\int kf(x) dx = k \int f(x) dx$ เมื่อ $k$ เป็นค่าคงที่
2. $\frac{d}{dx} c \cdot f(x) = c \frac{d}{dx} f(x)$ เมื่อ $c$ เป็นค่าคงที่ใดๆ	2. $\int [f(x) \pm g(x)] dx = \int f(x) dx \pm \int g(x) dx$
3. $\frac{d}{dx} (u \pm v) = \frac{du}{dx} \pm \frac{dv}{dx}$	3. $\int 1 du = u + c$
4. $\frac{d}{dx} (u \cdot v) = u \frac{dv}{dx} + v \frac{du}{dx}$	4. $\int u^n du = \frac{u^{n+1}}{n+1} + c$ เมื่อ $n \neq -1$
5. $\frac{d}{dx} \left( \frac{u}{v} \right) = \frac{v \frac{du}{dx} - u \frac{dv}{dx}}{v^2}$ ; $v \neq 0$	5. $\int \frac{1}{u} du = \ln  u  + c$ เมื่อ $u > 0$
6. $\frac{d}{dx} \ln u = \frac{1}{u} \frac{du}{dx}$	6. $\int a^u du = \frac{a^u}{\ln a} + c$ เมื่อ $a > 0$ และ $a \neq 1$
7. $\frac{d}{dx} \log_a u = \frac{1}{u \ln a} \frac{du}{dx}$ เมื่อ $a > 0$ และ $a \neq 1$	7. $\int e^u du = e^u + c$
8. $\frac{d}{dx} e^u = e^u \frac{du}{dx}$	8. $\int \sin u du = -\cos u + c$
9. $\frac{d}{dx} u^n = n u^{n-1} \frac{du}{dx}$	9. $\int \cos u du = \sin u + c$
10. $\frac{d}{dx} (\sin u) = \cos u \frac{du}{dx}$	10. $\int \sec^2 u du = \tan u + c$
11. $\frac{d}{dx} (\cos u) = -\sin u \frac{du}{dx}$	11. $\int \csc^2 u du = -\cot u + c$
12. $\frac{d}{dx} (\tan u) = \sec^2 u \frac{du}{dx}$	12. $\int \sec u \tan u du = \sec u + c$
13. $\frac{d}{dx} (\cot u) = -\csc^2 u \frac{du}{dx}$	13. $\int \csc u \cot u du = -\csc u + c$
14. $\frac{d}{dx} (\sec u) = \sec u \tan u \frac{du}{dx}$	14. $\int \tan u du = \ln  \sec u  + c$
15. $\frac{d}{dx} (\csc u) = -\csc u \cot u \frac{du}{dx}$	15. $\int \cot u du = \ln  \sin u  + c$
16. $\frac{d}{dx} (\sin^{-1} u) = \frac{1}{\sqrt{1-u^2}} \frac{du}{dx}$	16. $\int \sec u du = \ln  \sec u + \tan u  + c$
17. $\frac{d}{dx} (\cos^{-1} u) = \frac{-1}{\sqrt{1-u^2}} \frac{du}{dx}$	17. $\int \csc u du = \ln  \csc u - \cot u  + c$
18. $\frac{d}{dx} (\tan^{-1} u) = \frac{1}{1+u^2} \frac{du}{dx}$	18. $\int \frac{1}{\sqrt{a^2-u^2}} du = \sin^{-1} \frac{u}{a} + c$ เมื่อ $a > 0$
19. $\frac{d}{dx} (\cot^{-1} u) = \frac{-1}{1+u^2} \frac{du}{dx}$	19. $\int \frac{1}{a^2+u^2} du = \frac{1}{a} \tan^{-1} \frac{u}{a} + c$ เมื่อ $a > 0$
20. $\frac{d}{dx} (\sec^{-1} u) = \frac{1}{ u \sqrt{u^2-1}} \frac{du}{dx}$	20. $\int \frac{1}{u\sqrt{u^2-a^2}} du = \frac{1}{a} \sec^{-1} \left  \frac{u}{a} \right  + c$ เมื่อ $a > 0$
21. $\frac{d}{dx} (\csc^{-1} u) = \frac{-1}{ u \sqrt{u^2-1}} \frac{du}{dx}$	21. $\int \frac{1}{u^2-a^2} du = \frac{1}{2a} \ln \left  \frac{u-a}{u+a} \right  + c$
22. $\frac{d}{dx} (\sinh u) = \cosh u \frac{du}{dx}$	22. $\int \frac{1}{a^2-u^2} du = \frac{1}{2a} \ln \left  \frac{a+u}{a-u} \right  + c$
23. $\frac{d}{dx} (\cosh u) = \sinh u \frac{du}{dx}$	23. $\int \frac{1}{\sqrt{u^2 \pm a^2}} du = \ln (u + \sqrt{u^2 \pm a^2}) + c$
24. $\frac{d}{dx} (\tanh u) = \text{sech}^2 u \frac{du}{dx}$	24. $\int \frac{1}{u\sqrt{a^2 \pm u^2}} du = -\frac{1}{a} \ln \left( \frac{a + \sqrt{a^2 \pm u^2}}{u} \right) + c$
25. $\frac{d}{dx} (\coth u) = -\text{csch}^2 u \frac{du}{dx}$	25. $\int \sqrt{a^2 - u^2} du = \frac{1}{2} u \sqrt{a^2 - u^2} + \frac{1}{2} a^2 \sin^{-1} \left( \frac{u}{a} \right) + c$
26. $\frac{d}{dx} (\text{sech } u) = -\text{sech } u \tanh u \frac{du}{dx}$	26. $\int \sqrt{u^2 \pm a^2} du = \frac{1}{2} u \sqrt{u^2 \pm a^2} \pm \frac{1}{2} a^2 \ln  u + \sqrt{u^2 \pm a^2}  + c$
27. $\frac{d}{dx} (\text{csch } u) = -\text{csch } u \coth u \frac{du}{dx}$	
28. $\frac{d}{dx} a^u = a^u \ln a \frac{du}{dx}$	

1. จงหาคำตอบของระบบสมการต่อไปนี้โดยใช้การดำเนินการตามแถว

$$\begin{array}{l} 3x - 2y - 7z = 7 \\ 1.1 \quad x - 3y + z = -1 \\ \quad 2x + y + 2z = -2 \end{array}$$

[4 คะแนน]

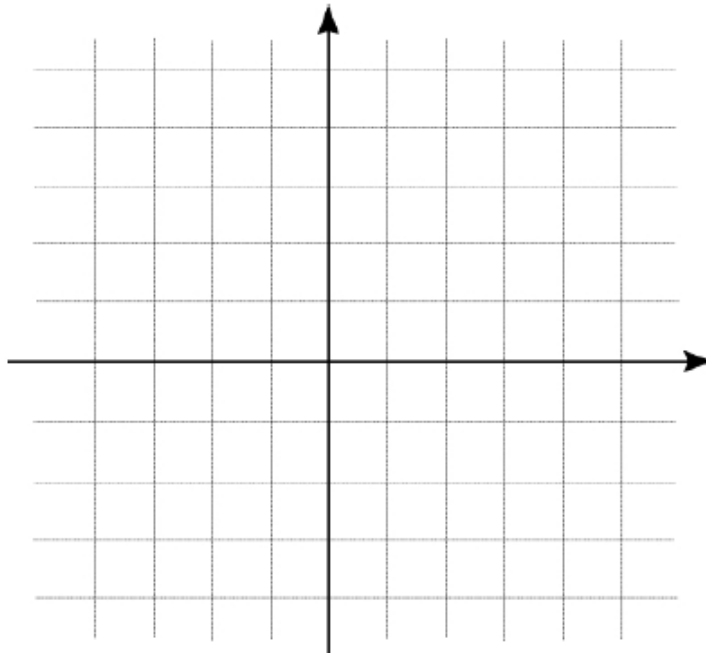
$$\begin{array}{rcl} & x - y + 2z & = 3 \\ 1.2 & y + z & = 4 \\ & 2x - 3y + 3z & = 3 \end{array}$$

[3 คะแนน]

2. จงเขียนกราฟของสมการต่อไปนี้

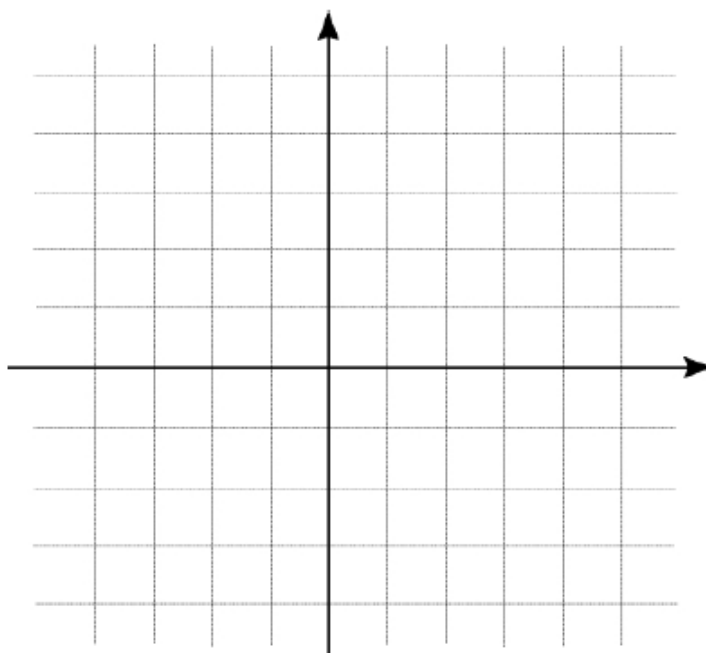
2.1  $x^2 + 4x + 2y - 1 = 0$

[3 คะแนน]



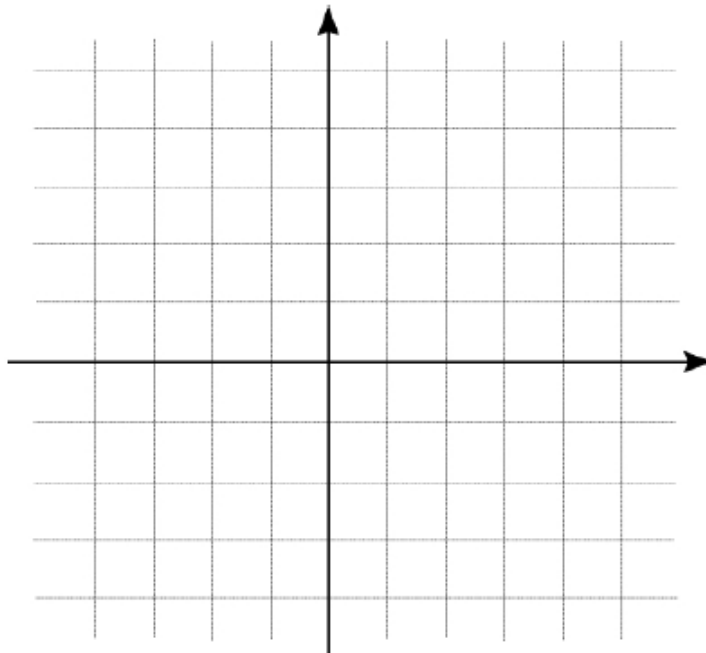
2.2  $y = \begin{cases} \frac{x}{2} - 1 & \text{เมื่อ } x \leq 2 \\ -\sqrt{x-2} & \text{เมื่อ } x > 2 \end{cases}$

[4 คะแนน]



2.3  $y = |t - 1|, x = t - 3$

[4 คะแนน]



3. จงแสดงวิธีการหาค่าลิมิตในแต่ละข้อต่อไปนี้(ห้ามใช้กฎของโลปีทาล)

$$3.1 f(x) = \begin{cases} 3x - 1 & \text{เมื่อ } x \leq 2 \\ 5 & \text{เมื่อ } x = 2 \\ x^2 - 1 & \text{เมื่อ } x > 2 \end{cases}$$

[4 คะแนน]

(a)  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$

(b)  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

$$3.2 \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + 3x}{x^2 + 4x + 3}$$

[3 คะแนน]

$$3.3 \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x - 2}{(x + 1)^2}$$

[2 คะแนน]

$$3.4 \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x - \sqrt{x^2 - 3} + 7}{4 - x}$$

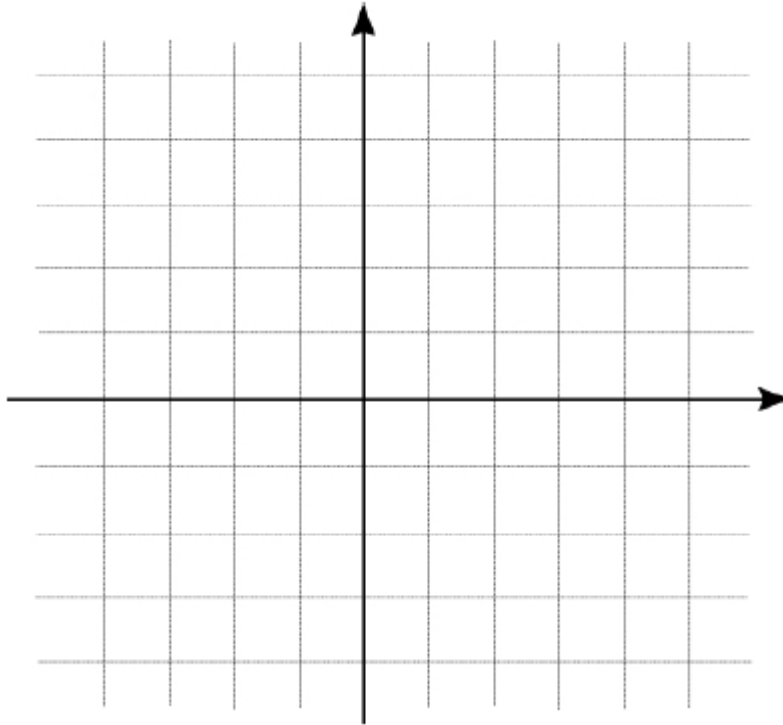
[3 คะแนน]

$$3.5 \lim_{x \rightarrow -\infty} (x + \sqrt{x^2 - 2x + 1})$$

[4 คะแนน]



4. กำหนดให้  $y = f(x)$  มีกราฟดังนี้



จงหาค่าลิมิตในแต่ละข้อต่อไปนี้

[4 คะแนน]

4.1  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \dots\dots\dots$

4.2  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \dots\dots\dots$

4.3  $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \dots\dots\dots$

4.4  $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = \dots\dots\dots$

5. กำหนดให้  $f(x) = \begin{cases} \frac{4 - \sqrt{x^2 - 2x + 16}}{x - 2} & \text{เมื่อ } x \neq 2 \\ -\frac{1}{x^2} & \text{เมื่อ } x = 2 \end{cases}$

จงตรวจสอบว่า  $f$  ต่อเนื่องที่จุด  $x = 2$  หรือไม่

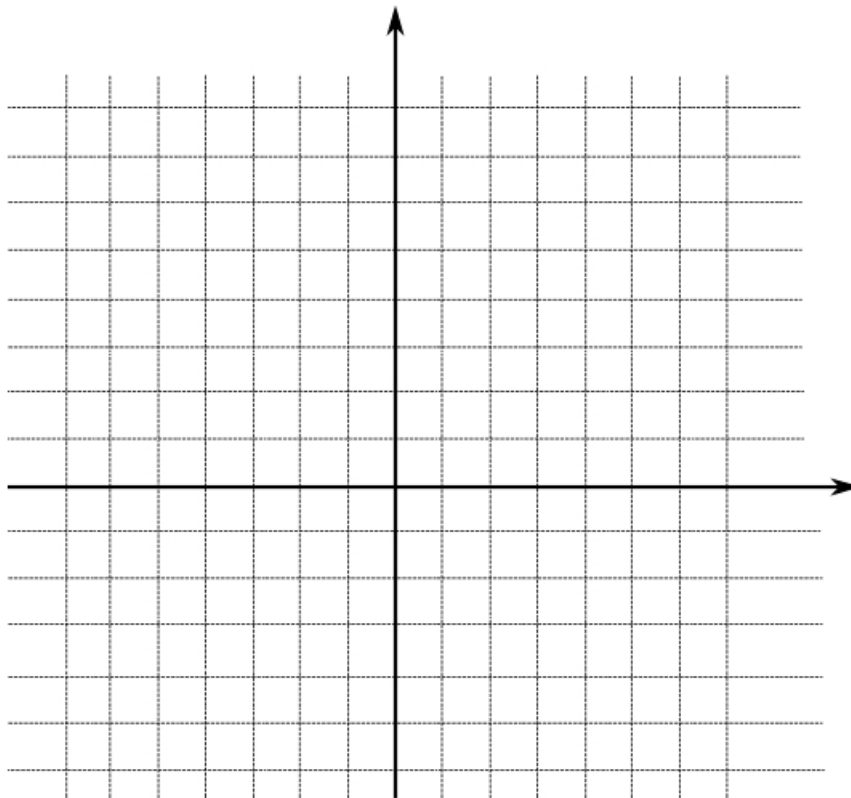
[6 คะแนน]

6. กำหนดฟังก์ชัน  $f(x) = \frac{x}{1-x^2}$

[6 คะแนน]

6.1 จงหาสมการของเส้นกำกับ

6.2 จงเขียนกราฟของฟังก์ชัน  $f(x)$  พร้อมทั้งหาจุดตัดบนแกน  $Y$



7. กำหนดฟังก์ชัน  $f(x) = |x - 1| + 2$  จงใช้บทนิยามของอนุพันธ์เพื่อหาค่า  $f'(1)$

[6 คะแนน]

8. กำหนดให้  $y = \frac{(5x^2 + 2x)^3}{\sqrt{x^2 + 2x}}$  จงหา  $\frac{dy}{dx}$

[5 คะแนน]

9. กำหนดให้  $y = 3^{\sinh x} - \ln^2(\tan x)$  จงหา  $\frac{dy}{dx}$

[5 คะแนน]

10. กำหนดให้  $y = (\arcsin(3x) + \cos^3 x)^3$  จงหา  $\frac{dy}{dx}$

[5 คะแนน]

11. กำหนดให้  $y = \cosh x \cdot \arctan(x^2)$  จงหา  $\frac{dy}{dx}$  [4 คะแนน]

12. กำหนดให้  $x^2y^3 - \cot y + 4y^2 = 10$  จงหา  $\frac{dy}{dx}$  [5 คะแนน]

13. กำหนดให้  $f(x) = \frac{3x + 5}{x + 1}$  จงหา(อนุพันธ์ของฟังก์ชันผกผัน)  $(f^{-1})'(4)$  [4 คะแนน]

14. กำหนดให้  $y = \sqrt{t} + 2$ ,  $x = t^{\frac{3}{2}} + 1$  จงหา  $\frac{d^2y}{dx^2}$  เมื่อ  $t = 1$  [4 คะแนน]

15. กำหนดให้  $y = x^{(x \cdot \ln x)}$  จงหา  $\frac{dy}{dx}$

[5 คะแนน]

16. จงหาสมการเส้นสัมผัสและเส้นตั้งฉากของเส้นโค้ง  $y = 3x^2 + 1$  ที่จุด  $x = 1$

[3 คะแนน]



17. จงใช้ค่าเชิงอนุพันธ์ หรือแบบเชิงเส้น ประมาณค่า  $\sqrt{8.8}$  เป็นตัวเลขที่มีทศนิยมสามตำแหน่ง [4 คะแนน]

18. ถังน้ำมันทรงกระบอกกึ่งหนึ่งมีขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 64 เซนติเมตร และมีรูรั่วที่ทำให้น้ำมันไหลออกมาด้วยอัตรา 32 ลูกบาศก์เซนติเมตรต่อนาที จงหาว่าระดับน้ำมันในถังจะลดลงด้วยอัตราเร็วเท่าใด [4 คะแนน]