



ข้อสอบปลายภาค ประจำปีภาคปลายปีการศึกษา 2559
 รายวิชา 30211259 - Calculus II
 สอบวันที่ 1 พฤษภาคม 2560 เวลา 17:00 - 20:00 น.

ชื่อ - นามสกุล รหัสประจำตัว

คณะ กลุ่ม ลำดับที่

ห้ามแกะข้อสอบออกจากกัน

คำชี้แจง

1. ข้อสอบมีทั้งหมด 16 หน้า 21 ข้อ รวม 100 คะแนน (คิดเป็น 50%) ให้แสดงวิธีทำโดยละเอียดทุกข้อ
2. สามารถใช้ได้ทั้งดินสอและปากกาในการทำข้อสอบ
3. ห้ามนำกระดาษ เครื่องคำนวณ และสูตรใดๆเข้าห้องสอบ ตรวจพบถือว่าทุจริต
4. ห้ามนำโทรศัพท์มือถือเข้าห้องสอบ และปิดอุปกรณ์สื่อสารทุกชนิด
5. ไม่อนุญาตให้ออกจากห้องสอบ ก่อนได้รับอนุญาตจากผู้คุมสอบ
6. ทูจจริตมีโทษตามระเบียบข้อบังคับมหาวิทยาลัยว่าด้วยการศึกษา พ.ศ. ๒๕๕๙ ข้อ ๕ โทษการกระทำ การสื่อเจตนาทุจริต หรือกระทำการทุจริตในการวัดผล

(๑) กระทำการสื่อเจตนาทุจริต ระดับโทษ พักการศึกษา ๑ ภาคการศึกษา และปรับตกในรายวิชาที่กระทำการสื่อเจตนาทุจริต

(๒) กระทำการทุจริต ระดับโทษ พักการศึกษา ๑ ปีการศึกษา และปรับตกในรายวิชาที่กระทำการทุจริต

(๓) กรณีการกระทำการทุจริตโดยการเข้าสอบแทนกัน ไม่ว่าจะมีการปลอมแปลงบัตรประจำตัวนิสิตหรือไม่ก็ตาม ผู้ยินยอมให้ผู้อื่นเข้าสอบแทน ระดับโทษ พักการศึกษา ๒ ปีการศึกษา และปรับตกในรายวิชาที่กระทำการทุจริต นิสิตผู้เข้าสอบแทน ระดับโทษ พักการศึกษา ๒ ปีการศึกษา

(๔) กรณีนิสิตกระทำการสื่อเจตนาทุจริตหรือกระทำการทุจริตในการวัดผล และได้รับโทษตาม (๑) ถึง (๓) แล้วแต่กรณี หากนิสิตที่ได้รับโทษได้กระทำความผิดในลักษณะเดียวกันอีกเป็นครั้งที่สอง ไม่ว่าจะเป็นการกระทำการสื่อเจตนาทุจริตหรือกระทำการทุจริตก็ตาม ให้ลงโทษไล่ออก

ข้อ	1 (4)	2 (4)	3 (4)	4 (3)	5 (5)	6 (5)	7 (5)	คะแนนรวม (100)
คะแนน								
ข้อ	8 (5)	9 (5)	10 (5)	11 (5)	12 (6)	13 (6)	14 (4)	
คะแนน								
ข้อ	15 (5)	16 (4)	17 (5)	18 (5)	19 (5)	20 (5)	21 (5)	
คะแนน								

กลุ่ม 01 อ.อภิชาติ เนียมวงษ์
 กลุ่ม 04 อ.วริน วิพิตมากุล
 กลุ่ม 07 อ.จุฑารัตน์ คงสอน
 กลุ่ม 10 อ.สมคิด อินเทพ
 กลุ่ม 13 อ.รักพร ดอกจันทร์
 กลุ่ม 301 อ.สมคิด อินเทพ

กลุ่ม 02 อ.พรทิพย์ เกษมพิน
 กลุ่ม 05 อ.เสาวรส ศรีสุข
 กลุ่ม 08 อ.บุญยงค์ ศรีพลแผ้ว
 กลุ่ม 11 อ.บุญยงค์ ศรีพลแผ้ว
 กลุ่ม 302 ผศ.อังคณา บุญดิเรก

กลุ่ม 03 อ.รักพร ดอกจันทร์
 กลุ่ม 06 ผศ.อังคณา บุญดิเรก
 กลุ่ม 09 อ.อรรรณพ แก้วขาว
 กลุ่ม 12 อ.อภิชาติ เนียมวงษ์
 กลุ่ม 501 อ.บุญยงค์ ศรีพลแผ้ว

สูตรการหาอนุพันธ์	สูตรการหาปริพันธ์
1. $\frac{dc}{dx} = 0$ เมื่อ c เป็นค่าคงที่ใดๆ	1. $\int kf(x) dx = k \int f(x) dx$ เมื่อ k เป็นค่าคงที่
2. $\frac{d}{dx} c \cdot f(x) = c \frac{d}{dx} f(x)$ เมื่อ c เป็นค่าคงที่ใดๆ	2. $\int [f(x) \pm g(x)] dx = \int f(x) dx \pm \int g(x) dx$
3. $\frac{d}{dx} (u \pm v) = \frac{du}{dx} \pm \frac{dv}{dx}$	3. $\int 1 du = u + c$
4. $\frac{d}{dx} (u \cdot v) = u \frac{dv}{dx} + v \frac{du}{dx}$	4. $\int u^n du = \frac{u^{n+1}}{n+1} + c$ เมื่อ $n \neq -1$
5. $\frac{d}{dx} \left(\frac{u}{v} \right) = \frac{v \frac{du}{dx} - u \frac{dv}{dx}}{v^2}$; $v \neq 0$	5. $\int \frac{1}{u} du = \ln u + c$ เมื่อ $u > 0$
6. $\frac{d}{dx} \ln u = \frac{1}{u} \frac{du}{dx}$	6. $\int a^u du = \frac{a^u}{\ln a} + c$ เมื่อ $a > 0$ และ $a \neq 1$
7. $\frac{d}{dx} \log_a u = \frac{1}{u \ln a} \frac{du}{dx}$ เมื่อ $a > 0$ และ $a \neq 1$	7. $\int e^u du = e^u + c$
8. $\frac{d}{dx} e^u = e^u \frac{du}{dx}$	8. $\int \sin u du = -\cos u + c$
9. $\frac{d}{dx} u^n = nu^{n-1} \frac{du}{dx}$	9. $\int \cos u du = \sin u + c$
10. $\frac{d}{dx} (\sin u) = \cos u \frac{du}{dx}$	10. $\int \sec^2 u du = \tan u + c$
11. $\frac{d}{dx} (\cos u) = -\sin u \frac{du}{dx}$	11. $\int \csc^2 u du = -\cot u + c$
12. $\frac{d}{dx} (\tan u) = \sec^2 u \frac{du}{dx}$	12. $\int \sec u \tan u du = \sec u + c$
13. $\frac{d}{dx} (\cot u) = -\csc^2 u \frac{du}{dx}$	13. $\int \csc u \cot u du = -\csc u + c$
14. $\frac{d}{dx} (\sec u) = \sec u \tan u \frac{du}{dx}$	14. $\int \tan u du = \ln \sec u + c$
15. $\frac{d}{dx} (\csc u) = -\csc u \cot u \frac{du}{dx}$	15. $\int \cot u du = \ln \sin u + c$
16. $\frac{d}{dx} (\sin^{-1} u) = \frac{1}{\sqrt{1-u^2}} \frac{du}{dx}$	16. $\int \sec u du = \ln \sec u + \tan u + c$
17. $\frac{d}{dx} (\cos^{-1} u) = \frac{-1}{\sqrt{1-u^2}} \frac{du}{dx}$	17. $\int \csc u du = \ln \csc u - \cot u + c$
18. $\frac{d}{dx} (\tan^{-1} u) = \frac{1}{1+u^2} \frac{du}{dx}$	18. $\int \frac{1}{\sqrt{a^2-u^2}} du = \sin^{-1} \frac{u}{a} + c$ เมื่อ $a > 0$
19. $\frac{d}{dx} (\cot^{-1} u) = \frac{-1}{1+u^2} \frac{du}{dx}$	19. $\int \frac{1}{a^2+u^2} du = \frac{1}{a} \tan^{-1} \frac{u}{a} + c$ เมื่อ $a > 0$
20. $\frac{d}{dx} (\sec^{-1} u) = \frac{1}{ u \sqrt{u^2-1}} \frac{du}{dx}$	20. $\int \frac{1}{u\sqrt{u^2-a^2}} du = \frac{1}{a} \sec^{-1} \left \frac{u}{a} \right + c$ เมื่อ $a > 0$
21. $\frac{d}{dx} (\csc^{-1} u) = \frac{-1}{ u \sqrt{u^2-1}} \frac{du}{dx}$	21. $\int \frac{1}{u^2-a^2} du = \frac{1}{2a} \ln \left \frac{u-a}{u+a} \right + c$
	22. $\int \frac{1}{a^2-u^2} du = \frac{1}{2a} \ln \left \frac{a+u}{a-u} \right + c$
	23. $\int \frac{1}{\sqrt{u^2 \pm a^2}} du = \ln (u + \sqrt{u^2 \pm a^2}) + c$
	24. $\int \frac{1}{u\sqrt{a^2 \pm u^2}} du = -\frac{1}{a} \ln \left(\frac{a + \sqrt{a^2 \pm u^2}}{u} \right) + c$
	25. $\int \sqrt{a^2 - u^2} du = \frac{1}{2} u \sqrt{a^2 - u^2} + \frac{1}{2} a^2 \sin^{-1} \left(\frac{u}{a} \right) + c$
	26. $\int \sqrt{u^2 \pm a^2} du = \frac{1}{2} u \sqrt{u^2 \pm a^2} \pm \frac{1}{2} a^2 \ln u + \sqrt{u^2 \pm a^2} + c$

1. จงหา $\int_0^{\infty} \frac{x}{x^2-1} dx$

(4 คะแนน)

หมายเหตุ : ให้เขียนคำตอบในรูปลิมิตและปริพันธ์ แต่ไม่ต้องหาค่า

2. จงหา $\int_{-\infty}^0 e^{5x+10} dx$

(4 คะแนน)

3. กำหนดลำดับ $-\frac{1}{5}, \frac{3}{9}, -\frac{5}{13}, \frac{7}{17}, -\frac{9}{21}, \dots$

จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ และตรวจสอบว่าลำดับนี้ ลู่ออก หรือ ลู่เข้า

(4 คะแนน)

4. กำหนดลำดับ $\left\{ \frac{n^2}{e^{3n}} \right\}$

จงตรวจสอบว่าลำดับนี้ ลู่ออก หรือ ลู่เข้า

(3 คะแนน)

5. กำหนดอนุกรม $\sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{\ln n}{n} - \frac{\ln(n+1)}{n+1} \right]$ จงหาผลบวกย่อย n พจน์แรกของอนุกรม (S_n) และตรวจสอบว่าอนุกรมลู่เข้าหรือลู่ออก ถ้าลู่เข้าแล้วลู่เข้าสู่ค่าใด (5 คะแนน)

(ข้อ 6 - 11) ให้ใช้ การทดสอบการลู่ออก (Divergence Test) หรือ การทดสอบแบบเปรียบเทียบ (Comparison Test) หรือ การทดสอบโดยการเปรียบเทียบลิมิต (Limit Comparison Test) หรือ การทดสอบโดยปริพันธ์ (Integral Test) หรือ การทดสอบโดยอัตราส่วน (Ratio Test) หรือ การทดสอบโดยรากที่ n (n^{th} Root Test)

6. จงตรวจสอบว่าอนุกรม $\frac{2}{1} + \frac{4}{4} + \frac{8}{27} + \frac{16}{256} + \dots$ ลู่เข้าหรือลู่ออก (5 คะแนน)

7. จงตรวจสอบว่าอนุกรม $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)!}{2^{n-1}}$ ลู่เข้าหรือลู่ออก (5 คะแนน)

8. จงตรวจสอบว่าอนุกรม $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{3^n - 2}$ ลู่เข้าหรือลู่ออก (5 คะแนน)

9. จงตรวจสอบว่าอนุกรม $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^n - 1}{e^n + 1}$ ลู่เข้าหรือลู่ออก (5 คะแนน)

10. จงตรวจสอบว่าอนุกรม $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^3 - 1 + \sin n}{n^5 + 2}$ **ลู่เข้าหรือลู่ออก** (5 คะแนน)

11. จงตรวจสอบว่าอนุกรม $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n(\ln n)^4}$ **ลู่เข้าหรือลู่ออก** (5 คะแนน)

12. กำหนดอนุกรม $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \left(\frac{6n-5}{3n^2-1} \right)$ จงตรวจสอบว่าอนุกรมนี้เป็นอนุกรมลู่เข้าอย่างสมบูรณ์
หรือลู่เข้าอย่างมีเงื่อนไข หรือลู่ออก

(6 คะแนน)

13. จงหาช่วงของการลู่อเข้าของอนุกรมกำลัง $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3x - 2)^n}{n \cdot 3^n}$ (6 คะแนน)

14. จงตรวจสอบว่าอนุกรมสลับ $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \left(\frac{n^2 + 3}{3n^2 + 5} \right)$ **ลู่เข้าหรือลู่ออก** (4 คะแนน)

15. จงกระจายฟังก์ชัน $f(x) = (1 + x)^5$ ในรูปของอนุกรมเทย์เลอร์รอบจุด $x = 1$ โดยกระจายให้มีอย่างน้อย 4 พจน์แรกที่ไม่เป็นศูนย์ (5 คะแนน)

16. จงหา $\lim_{(x,y) \rightarrow (1,-2)} \frac{5x - 2y - 9}{\sqrt{5x - 2y} - 3}$

(4 คะแนน)

17. จงแสดงว่า $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{5xy^3}{2x^2 + y^6}$ หาค่าไม่ได้ (ไม่มีค่าลิมิตเกิดขึ้น)

(5 คะแนน)

18. กำหนดฟังก์ชัน

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{yx^2 - 4y}{2yx - 4y}, & (x, y) \neq (2, 0) \\ 2x + 3y, & (x, y) = (2, 0) \end{cases}$$

จงตรวจสอบว่า $f(x, y)$ ต่อเนื่องที่จุด $(2, 0)$ หรือไม่

(5 คะแนน)

19. กำหนดให้ $f(x, y) = x^2 + x^8 \ln y + ye^{x^2+y^2} + \sin(x + 2y)$

จงหา f_y และ f_{yx}

(5 คะแนน)

20. กำหนดให้ $f(x, y) = \ln(xy)$ เมื่อ $x = 5v + 3 \cos u$ และ $y = 3 - 2 \sin u$

จงหา $\frac{\partial f}{\partial u}$ และ $\frac{\partial f}{\partial v}$

(5 คะแนน)

21. จงใช้ค่าเชิงอนุพันธ์หาค่าโดยประมาณของ $\sqrt{(3.04)^2 + 4(1.99)^2}$ (5 คะแนน)