



ข้อสอบปลายภาค ประจำภาคปลาย ปีการศึกษา 2561
รายวิชา 30211259 - Calculus II
สอบวันที่ 5 พฤษภาคม 2562 เวลา 09:00 - 12:00 น.

ชื่อ - นามสกุล รหัสประจำตัว

คณะ กลุ่ม ลำดับที่

ห้ามแกะข้อสอบออกจากกัน

คำชี้แจง

1. ข้อสอบมีทั้งหมด 14 หน้า 21 ข้อ 100 คะแนน (คิดเป็น 50%) ให้แสดงวิธีทำโดยละเอียดทุกข้อ
2. ห้ามนำกระดาษ เครื่องคำนวณ และสูตรใดๆเข้าห้องสอบ ถ้าตรวจพบถือว่าทุจริตในการสอบ
3. ห้ามใช้โทรศัพท์มือถือในระหว่างการสอบ และปิดอุปกรณ์สื่อสารทุกชนิด ถ้าตรวจพบถือว่าทุจริตในการสอบ
4. ห้ามนำข้อสอบ หรือคัดลอกข้อสอบออกจากห้องสอบ มิฉะนั้นจะถือว่าทุจริตในการสอบ
5. ไม่อนุญาตให้นักศึกษาเข้าสอบออกจากห้องสอบ จนกว่าจะได้รับอนุญาตจากกรรมการผู้คุมสอบเท่านั้น
6. **ทุจริตมีโทษตามระเบียบข้อบังคับมหาวิทยาลัยว่าด้วยการศึกษา พ.ศ. ๒๕๕๙ ข้อ ๕ โทษการกระทำ การส่อเจตนาทุจริต หรือกระทำการทุจริตในการวัดผล**
 - 1) กระทำการส่อเจตนาทุจริต ระดับโทษ พักการศึกษา 1 ภาคการศึกษาและปรับตกในรายวิชาที่กระทำการส่อเจตนาทุจริต
 - 2) กระทำการทุจริต ระดับโทษ พักการศึกษา 1 ปีการศึกษา และปรับตกในรายวิชาที่กระทำการทุจริต
 - 3) กรณีการกระทำทุจริตโดยการเข้าสอบแทนกัน ไม่ว่าจะมีการปลอมแปลงบัตรประจำตัวนิสิตหรือไม่ก็ตาม ผู้ยินยอมให้ผู้อื่นเข้าสอบแทน ระดับโทษ พักการศึกษา 2 ปีการศึกษา และปรับตกในรายวิชาที่กระทำการทุจริต นิสิตผู้เข้าสอบแทน ระดับโทษ พักการศึกษา 2 ปีการศึกษา
 - 4) กรณีนิสิตกระทำการส่อเจตนาทุจริตหรือกระทำการทุจริตในการวัดผล และได้รับโทษตาม (1) ถึง (3) แล้วแต่กรณี หากนิสิตที่ได้รับโทษได้กระทำความผิดในลักษณะเดียวกันอีกเป็นครั้งที่สอง ไม่ว่าจะเป็นการกระทำการส่อเจตนาทุจริตหรือกระทำการทุจริตก็ตาม ให้ลงโทษไล่ออก

ข้อ	1 (5)	2 (5)	3 (3)	4 (4)	5 (3)	6 (6)	7 (5)	คะแนนรวม (100)
คะแนน								
ข้อ	8 (5)	9 (5)	10 (5)	11 (5)	12 (5)	13 (6)	14 (7)	
คะแนน								
ข้อ	15 (5)	16 (5)	17 (4)	18 (4)	19 (4)	20 (4)	21 (5)	
คะแนน								

กลุ่ม 01	ผศ.ดร.อภิสิทธิ์ ภคพงศ์พันธุ์	ห้อง K-C200
กลุ่ม 03	ดร.เดชชาติ สามารถ	ห้อง KB-302
กลุ่ม 05	ดร.ชาติไทย ไทยประยูร	ห้อง KB-303
กลุ่ม 07	ดร.รักษร ดอกจันทร์	ห้อง KB-205,206
กลุ่ม 09	อ.เสาวรส ศรีสุข	ห้อง K-C200
กลุ่ม 11	ดร.จุฑารัตน์ คงสอน	ห้อง QS1-5002

กลุ่ม 02	ดร.อภิชาติ เนียมวงษ์	ห้อง KB-203
กลุ่ม 04	ผศ.ดร.อังคณา บุญดิเรก	ห้อง KB-205
กลุ่ม 06	อ.พรทิพย์ เกษมพิน	ห้อง KB-203,204
กลุ่ม 08	ดร.สมคิด อินเทพ	ห้อง QS1-3001
กลุ่ม 10	ดร.บุญยงค์ ศรีพลแก้ว	ห้อง KB-301

สูตรการหาอนุพันธ์	สูตรการหาปริพันธ์
1. $\frac{dc}{dx} = 0$ เมื่อ c เป็นค่าคงที่ใดๆ	1. $\int kf(x) dx = k \int f(x) dx$ เมื่อ k เป็นค่าคงที่
2. $\frac{d}{dx} c \cdot f(x) = c \frac{d}{dx} f(x)$ เมื่อ c เป็นค่าคงที่ใดๆ	2. $\int [f(x) \pm g(x)] dx = \int f(x) dx \pm \int g(x) dx$
3. $\frac{d}{dx} (u \pm v) = \frac{du}{dx} \pm \frac{dv}{dx}$	3. $\int 1 du = u + c$
4. $\frac{d}{dx} (u \cdot v) = u \frac{dv}{dx} + v \frac{du}{dx}$	4. $\int u^n du = \frac{u^{n+1}}{n+1} + c$ เมื่อ $n \neq -1$
5. $\frac{d}{dx} \left(\frac{u}{v} \right) = \frac{v \frac{du}{dx} - u \frac{dv}{dx}}{v^2}$; $v \neq 0$	5. $\int \frac{1}{u} du = \ln u + c$ เมื่อ $u > 0$
6. $\frac{d}{dx} \ln u = \frac{1}{u} \frac{du}{dx}$	6. $\int a^u du = \frac{a^u}{\ln a} + c$ เมื่อ $a > 0$ และ $a \neq 1$
7. $\frac{d}{dx} \log_a u = \frac{1}{u \ln a} \frac{du}{dx}$ เมื่อ $a > 0$ และ $a \neq 1$	7. $\int e^u du = e^u + c$
8. $\frac{d}{dx} a^u = a^u \ln a \frac{du}{dx}$	8. $\int \sin u du = -\cos u + c$
9. $\frac{d}{dx} e^u = e^u \frac{du}{dx}$	9. $\int \cos u du = \sin u + c$
10. $\frac{d}{dx} u^n = nu^{n-1} \frac{du}{dx}$	10. $\int \sec^2 u du = \tan u + c$
11. $\frac{d}{dx} (\sin u) = \cos u \frac{du}{dx}$	11. $\int \csc^2 u du = -\cot u + c$
12. $\frac{d}{dx} (\cos u) = -\sin u \frac{du}{dx}$	12. $\int \sec u \tan u du = \sec u + c$
13. $\frac{d}{dx} (\tan u) = \sec^2 u \frac{du}{dx}$	13. $\int \csc u \cot u du = -\csc u + c$
14. $\frac{d}{dx} (\cot u) = -\csc^2 u \frac{du}{dx}$	14. $\int \tan u du = \ln \sec u + c$
15. $\frac{d}{dx} (\sec u) = \sec u \tan u \frac{du}{dx}$	15. $\int \cot u du = \ln \sin u + c$
16. $\frac{d}{dx} (\csc u) = -\csc u \cot u \frac{du}{dx}$	16. $\int \sec u du = \ln \sec u + \tan u + c$
17. $\frac{d}{dx} (\sin^{-1} u) = \frac{1}{\sqrt{1-u^2}} \frac{du}{dx}$	17. $\int \csc u du = \ln \csc u - \cot u + c$
18. $\frac{d}{dx} (\cos^{-1} u) = \frac{-1}{\sqrt{1-u^2}} \frac{du}{dx}$	18. $\int \frac{1}{\sqrt{a^2-u^2}} du = \sin^{-1} \frac{u}{a} + c$ เมื่อ $a > 0$
19. $\frac{d}{dx} (\tan^{-1} u) = \frac{1}{1+u^2} \frac{du}{dx}$	19. $\int \frac{1}{a^2+u^2} du = \frac{1}{a} \tan^{-1} \frac{u}{a} + c$ เมื่อ $a > 0$
20. $\frac{d}{dx} (\cot^{-1} u) = \frac{-1}{1+u^2} \frac{du}{dx}$	20. $\int \frac{1}{u\sqrt{u^2-a^2}} du = \frac{1}{a} \sec^{-1} \left \frac{u}{a} \right + c$ เมื่อ $a > 0$
21. $\frac{d}{dx} (\sec^{-1} u) = \frac{1}{ u \sqrt{u^2-1}} \frac{du}{dx}$	21. $\int \frac{1}{u^2-a^2} du = \frac{1}{2a} \ln \left \frac{u-a}{u+a} \right + c$
22. $\frac{d}{dx} (\csc^{-1} u) = \frac{-1}{ u \sqrt{u^2-1}} \frac{du}{dx}$	22. $\int \frac{1}{a^2-u^2} du = \frac{1}{2a} \ln \left \frac{a+u}{a-u} \right + c$
	23. $\int \frac{1}{\sqrt{u^2 \pm a^2}} du = \ln (u + \sqrt{u^2 \pm a^2}) + c$
	24. $\int \frac{1}{u\sqrt{a^2 \pm u^2}} du = -\frac{1}{a} \ln \left(\frac{a + \sqrt{a^2 \pm u^2}}{u} \right) + c$
	25. $\int \sqrt{a^2 - u^2} du = \frac{1}{2} u \sqrt{a^2 - u^2} + \frac{1}{2} a^2 \sin^{-1} \left(\frac{u}{a} \right) + c$
	26. $\int \sqrt{u^2 \pm a^2} du = \frac{1}{2} u \sqrt{u^2 \pm a^2} \pm \frac{1}{2} a^2 \ln u + \sqrt{u^2 \pm a^2} + c$

1. จงหา $\int_0^3 \frac{1}{(x-1)^{\frac{2}{3}}} dx$

(5 คะแนน)

2. จงหา $\int_{-\infty}^{-1} \frac{1}{x^p} dx$ เมื่อ $p > 1$

(5 คะแนน)

3. กำหนดลำดับ $\left\{ n + \frac{2}{n} \right\}$ จงตรวจสอบว่าลำดับนี้ลู่ออกหรือลู่เข้า (3 คะแนน)

4. กำหนดลำดับ $\frac{4}{3}, \frac{-16}{9}, \frac{64}{27}, \frac{-256}{81}, \dots$
จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ (a_n) และตรวจสอบว่าลำดับนี้ลู่ออกหรือลู่เข้า (4 คะแนน)

5. กำหนดลำดับ $\left\{ (-1)^{n+1} \frac{\ln(n)}{\sqrt{n}} \right\}$ จงตรวจสอบว่าลำดับนี้ลู่ออกหรือลู่เข้า (3 คะแนน)

6. กำหนดอนุกรม $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+2)(n+4)}$ จงหาผลบวกย่อย n พจน์แรกของอนุกรม (S_n) และตรวจสอบว่าอนุกรมลู่เข้าหรือลู่ออก ถ้าลู่เข้าแล้วลู่เข้าสู่ค่าใด (6 คะแนน)

(ข้อ 7 - 12) ให้ใช้ การทดสอบการลู่ออก (Divergence Test) หรือ การทดสอบแบบเปรียบเทียบ (Comparison Test) หรือ การทดสอบโดยการเปรียบเทียบลิมิต (Limit Comparison Test) หรือ การทดสอบโดยปริพันธ์ (Integral Test) หรือ การทดสอบโดยอัตราส่วน (Ratio Test) หรือ การทดสอบโดยรากที่ n (n^{th} Root Test)

7. จงตรวจสอบว่าอนุกรม $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt{\ln(n)}}$ ลู่เข้าหรือลู่ออก (5 คะแนน)

8. จงตรวจสอบว่าอนุกรม $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4 + \cos(n)}{n^{\frac{3}{2}}}$ ลู่เข้าหรือลู่ออก (5 คะแนน)

9. จงตรวจสอบว่าอนุกรม $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3n+2)4^n}{(3n+2)!}$ **ลู่เข้าหรือลู่ออก** (5 คะแนน)

10. จงตรวจสอบว่าอนุกรม $\sum_{n=1}^{\infty} e^{1/n^2}$ **ลู่เข้าหรือลู่ออก** (5 คะแนน)

11. จงตรวจสอบว่าอนุกรม $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4n+1}{n^{\frac{5}{3}}+4n+5}$ **ลู่เข้าหรือลู่ออก** (5 คะแนน)

12. จงตรวจสอบว่าอนุกรม $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{3n}}{n^n}$ **ลู่เข้าหรือลู่ออก** (5 คะแนน)

13. กำหนดอนุกรม $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{3n-1}$

จงตรวจสอบว่าอนุกรมนี้เป็นอนุกรมลู่เข้าอย่างสัมบูรณ์ หรือลู่เข้าอย่างมีเงื่อนไข หรือลู่ออก (6 คะแนน)

14. จงหาช่วงของการลู่เข้าของอนุกรมกำลัง $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+5)^n}{n^5}$ (7 คะแนน)

15. จงกระจายฟังก์ชัน $f(x) = (x - 1)^7$ ในรูปของอนุกรมเทย์เลอร์ (Taylor series) รอบจุด $x = 2$ โดยกระจายให้มีอย่างน้อย 4 พจน์แรกที่ไม่เป็นศูนย์ (5 คะแนน)

16. จงแสดงว่า $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{3x^3y}{3x^6 + 2y^2}$ หาค่าไม่ได้ (ไม่มีค่าลิมิตเกิดขึ้น) (5 คะแนน)

17. จงหาค่า $\lim_{(x,y) \rightarrow (2,1)} \frac{x^2 - 2xy}{x^2 - 4y^2}$ (4 คะแนน)

18. กำหนดให้

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy - y^2}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} & , x \neq y \\ 8 & , x = y \end{cases}$$

จงตรวจสอบว่า $f(x, y)$ ต่อเนื่องที่จุด $(4, 4)$ หรือไม่ (4 คะแนน)

19. กำหนดให้ $f(x, y) = e^{xy^2} + (2x + 3y)^5 - \sin(y)$ จงหา f_{yx} (4 คะแนน)

20. กำหนดให้ $w = 2x^3 - 3y^4 + 2\sin(z)$ เมื่อ $x = 2re^{3\theta}$, $y = 3\ln(r)$ และ $z = 2\theta^5$
จงหา $\frac{\partial w}{\partial r}$ (4 คะแนน)

21. จงใช้ค่าเชิงอนุพันธ์หรือการประมาณค่าแบบเชิงเส้นเพื่อประมาณค่า $\sqrt{(4.9)^2 + (12.2)^2}$ (5 คะแนน)