



ข้อสอบกลางภาค ประจำปีภาคปลาย ปีการศึกษา 2558
รายวิชา 302112 - Calculus II
สอบวันที่ 2 มีนาคม 2559 เวลา 17:00 - 20:00 น.

ชื่อ - นามสกุล รหัสประจำตัว

คณะ กลุ่ม ลำดับที่

ห้ามแกะข้อสอบออกจากกัน

คำชี้แจง

1. ให้แสดงวิธีทำโดยละเอียดทุกข้อ
2. ข้อสอบมีทั้งหมด 12 หน้า 17 ข้อ 100 คะแนน (คิดเป็น 50%)
3. สามารถใช้ได้ทั้งดินสอและปากกาในการทำข้อสอบ
4. ห้ามนำกระดาษ เครื่องคำนวณ และสูตรใดๆเข้าห้องสอบ ตรวจพบถือว่าทุจริต
5. ให้เขียน รหัสประจำตัว กลุ่ม และลำดับที่ ทุกหน้าของข้อสอบ
6. ห้ามนำโทรศัพท์มือถือเข้าห้องสอบ และปิดอุปกรณ์สื่อสารทุกชนิด
7. จุจริตมีโทษสูงสุดตามระเบียบมหาวิทยาลัย
8. ไม่อนุญาตให้ออกจากห้องสอบ ก่อนได้รับอนุญาตจากผู้คุมสอบ

ข้อ	1 (3)	2 (10)	3 (5)	4 (3)	5 (5)	6 (7)	คะแนนรวม (100)
คะแนน							
ข้อ	7 (7)	8 (10)	9 (5)	10 (5)	11 (6)	12 (6)	
คะแนน							
ข้อ	13 (5)	14 (6)	15 (7)	16 (5)	17 (5)		
คะแนน							

กลุ่ม 01 อ.อภิชาติ เนียมวงษ์ K-A500
 กลุ่ม 03 อ.สมคิด อินเทพ K-A500
 กลุ่ม 05 อ.สารัตน์ ศิลปวงษา KB-503
 กลุ่ม 07 ผศ.ดวงกมล ผลเต็ม KB-304,KB-305
 กลุ่ม 09 ผศ.อภิสิทธิ์ ภคพงศ์พันธุ์ K-C300
 กลุ่ม 301 อ.สมคิด อินเทพ KB-305
 กลุ่ม 501 อ.ชาติไทย ไทยประยูร KB-505
 กลุ่ม 503 อ.อภิชาติ เนียมวงษ์ K-A500

กลุ่ม 02 อ.อารยา วิวัฒน์วานิช KB-501
 กลุ่ม 04 อ.พรทิพย์ เกษมพิณ KB-502
 กลุ่ม 06 อ.สารัตน์ ศิลปวงษา KB-504
 กลุ่ม 08 ผศ.สาธิตี เลิศประไพ KB-306,KB-307
 กลุ่ม 10 อ.เสาวรส ศรีสุข KB-307,KB-308
 กลุ่ม 302 อ.อารยา วิวัฒน์วานิช KB-307
 กลุ่ม 502 อ.รักพร ดอกจันทร์ KB-310
 กลุ่ม 3401 อ.รักพร ดอกจันทร์ K-C300

1. จงใช้ความรู้เรื่องการหมุนแกนพิกัด เพื่อหาพิกัดใหม่ (x', y') ของจุด $(2, 4)$ เมื่อหมุนแกนพิกัดเก่า (x, y) ไป 45 องศา (หรือ $\frac{\pi}{4}$) (3 คะแนน)

2. จงใช้ความรู้เรื่องการหมุนแกนพิกัดมาช่วยในการเขียนกราฟของสมการ (10 คะแนน)

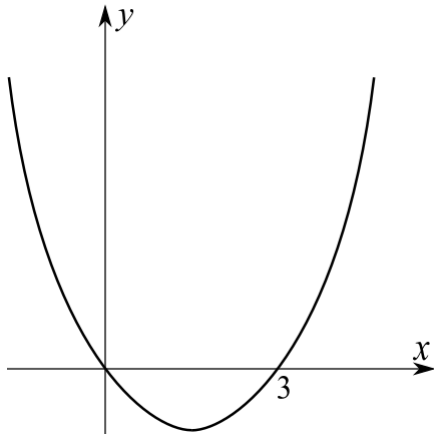
$$3x^2 - 10xy + 3y^2 + 8 = 0$$

(สำหรับข้อ 2 เขียนต่อ)

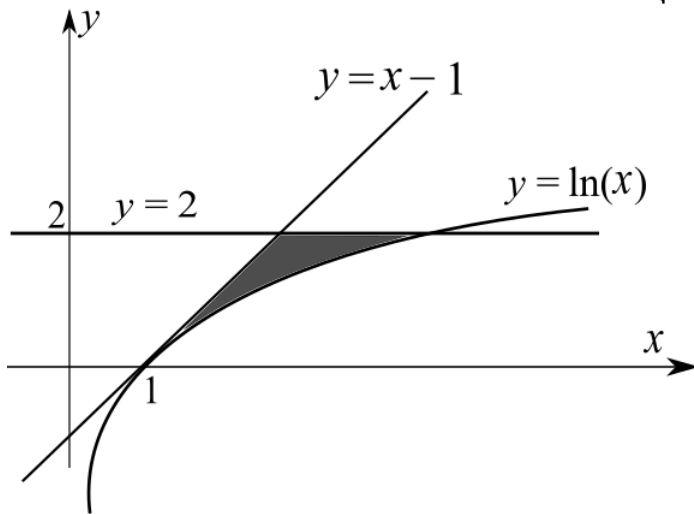
3. กำหนดให้ $f(x) = \begin{cases} 3x^2 + 1, & \text{ถ้า } x < 0 \\ \cos(x), & \text{ถ้า } 0 \leq x < \frac{\pi}{2} \\ \frac{\pi}{x^2}, & \text{ถ้า } x \geq \frac{\pi}{2} \end{cases}$ จงหา $\int_0^{\pi} f(x) dx$ (5 คะแนน)

4. จงหา $\frac{d}{dx} \int_{x^5}^3 \frac{1}{t^2 + 1} dt$ (3 คะแนน)

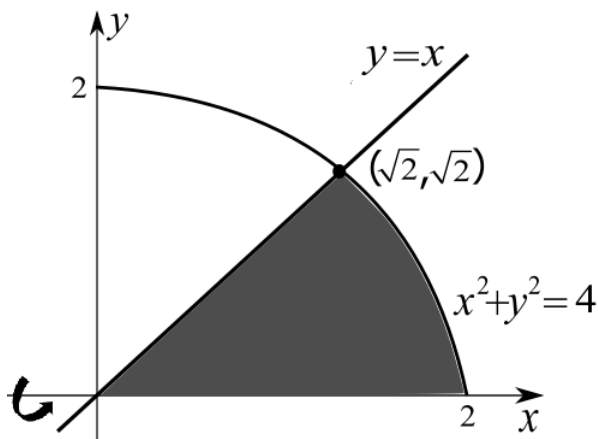
5. จงหาพื้นที่ที่ปิดล้อมด้วยเส้นโค้งพาราโบลา $y = x^2 - 3x$ และแกน x (ตั้งรูป) (5 คะแนน)



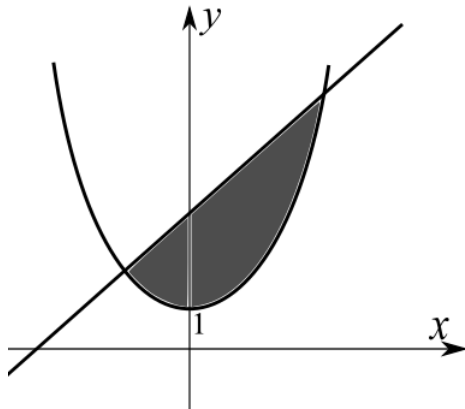
6. จงหาพื้นที่ส่วนแรเงาที่ปิดล้อมด้วยเส้นโค้ง $y = \ln(x)$ เส้นตรง $y = 2$ และ $y = x - 1$ (7 คะแนน)
 หมายเหตุ : เขียนในรูปอินทิกรัล(ปริพันธ์) แต่ไม่ต้องหาค่า



7. จงหาปริมาตรของรูปทรงตันที่เกิดจากการหมุนพื้นที่ที่แรเงา (ดังรูป) โดยหมุนรอบแกน x (7 คะแนน)
 หมายเหตุ : เขียนในรูปอินทิกรัล(ปริพันธ์) แต่ไม่ต้องหาค่า



8. จงหาปริมาตรของรูปทรงตันที่เกิดจากการหมุนพื้นที่ที่ปิดล้อมด้วย $y = x^2 + 1$ และ $y = 2x + 4$



หมายเหตุ : เขียนในรูปอินทิกรัล(ปริพันธ์) แต่ไม่ต้องหาค่า

8.1 โดยหมุนรอบแกน x

(5 คะแนน)

8.2 โดยหมุนรอบเส้นตรง $x = 4$

(5 คะแนน)

9. จงหาความยาวของเส้นโค้งซึ่งกำหนดโดย $x = 2 + \cos(3t)$, $y = 1 + \sin(3t)$
บนช่วง $0 \leq t \leq \frac{\pi}{3}$

(5 คะแนน)

10. จงหาพื้นที่ผิวของรูปทรงที่ได้มาจากการหมุนเส้นโค้ง $y = \sqrt{2x - x^2}$ บนช่วง $1 \leq x \leq 2$ โดยที่หมุนรอบแกน x (5 คะแนน)

11. ระบบพิกัดเชิงขั้ว

- 11.1 จงแปลงจุด $(-4, \frac{5\pi}{3})$ ให้เป็นจุด (x, y) ในระบบพิกัดฉาก (3 คะแนน)

- 11.2 จงแปลงจุด $(-\sqrt{3}, 1)$ ให้เป็นจุด (r, θ) ในระบบพิกัดเชิงขั้ว (3 คะแนน)

12. กำหนดให้สมการ $r = \cos(\theta) + \sin(2\theta)$ ในระบบพิกัดเชิงขั้ว

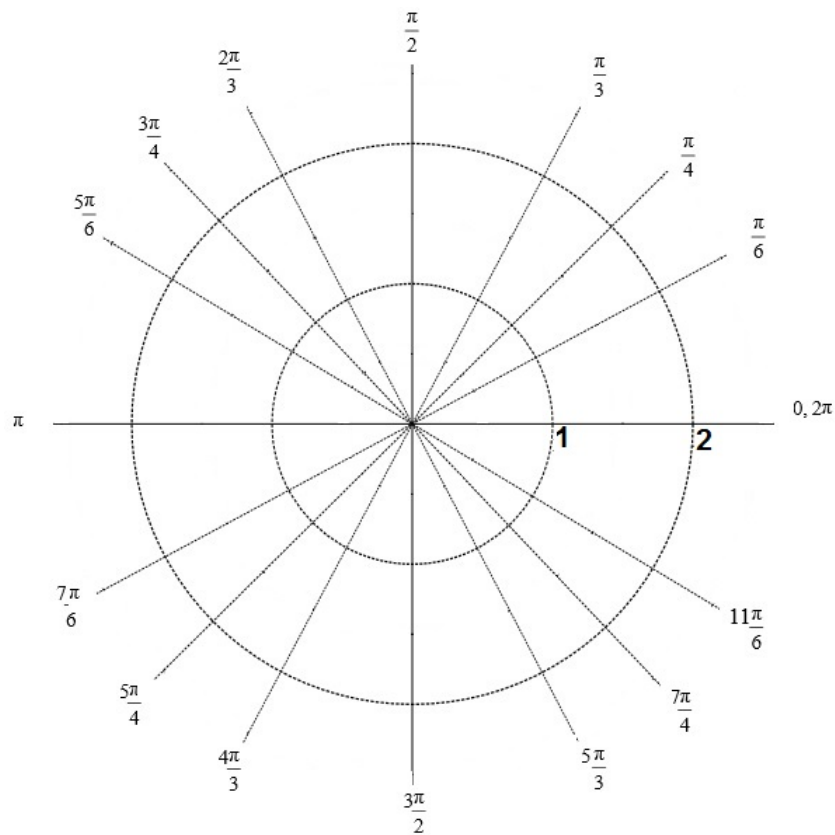
12.1 จงตรวจสอบว่าสมการข้างต้นว่ามีสมมาตรกับแกนเชิงขั้ว (หรือแกน x) หรือไม่ (3 คะแนน)

12.2 จงตรวจสอบว่าสมการข้างต้นว่ามีสมมาตรกับเส้นตรง $\theta = \frac{\pi}{2}$ (หรือแกน y) หรือไม่ (3 คะแนน)

13. กำหนดให้สมการ $r = f(\theta)$ มีค่าดังตาราง

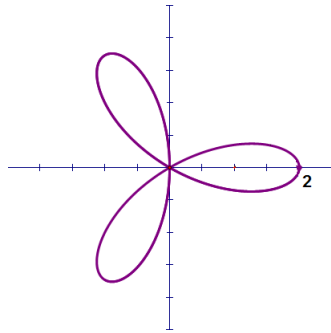
θ	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π
r	1	2	1	0	-2	0	1	2	1

จงเขียนกราฟของสมการนี้จากจุดที่กำหนดให้ และถ้ากราฟดังกล่าวมีสมมาตรกับแกน x จงเขียนกราฟส่วนที่เหลือให้สมบูรณ์ (5 คะแนน)

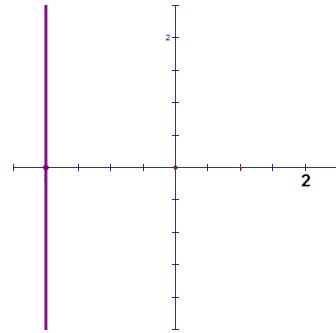


14. จงจับคู่กราฟพิกัดเชิงขั้วต่อไปนี้ กับสมการที่กำหนดให้

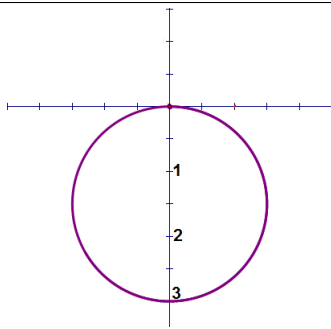
(ข้อละ 1 คะแนน = 6 คะแนน)



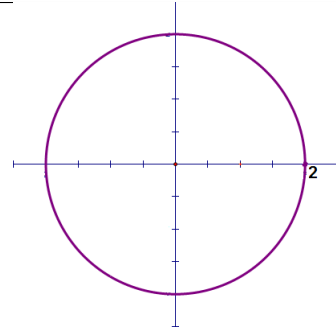
คำตอบ.....



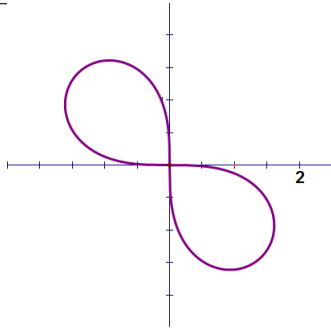
คำตอบ.....



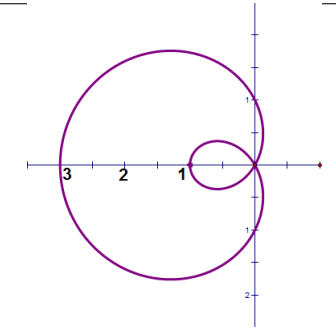
คำตอบ.....



คำตอบ.....



คำตอบ.....

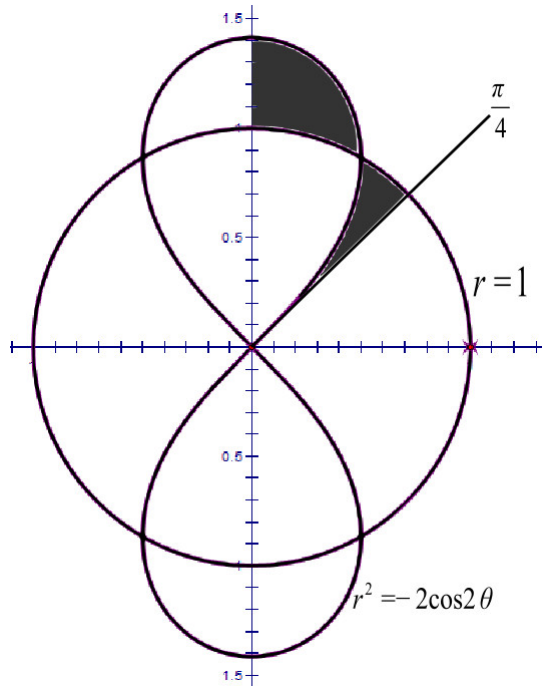


คำตอบ.....

ตัวเลือก

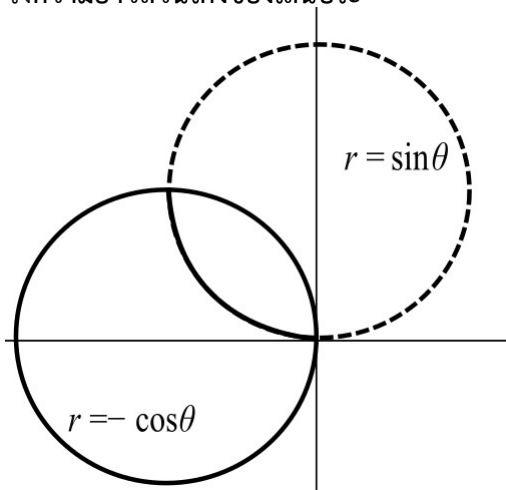
- | | | |
|--|------------------------------|------------------------------|
| (1) $r = 2 \sin(3\theta)$ | (2) $r = -3 \sin(\theta)$ | (3) $r = 1 - 2 \cos(\theta)$ |
| (4) $r^2 = -4 \cos(2\theta)$ | (5) $r^2 = -4 \sin(2\theta)$ | (6) $r = -2$ |
| (7) $r = -2 \cos(\theta) - 2 \sin(\theta)$ | (8) $r = 2 - \sin(\theta)$ | (9) $r \cos(\theta) = -2$ |
| (10) $r = 2 \cos(3\theta)$ | (11) $r = 2 \sin(\theta)$ | (12) $r \sin(\theta) = -2$ |
| (13) ไม่มีคำตอบ | | |

15. กำหนดให้กราฟของสมการ $r = 1$ และ $r^2 = -2\cos(2\theta)$ (ดังรูป) จงหาพื้นที่ส่วนที่แรเงา (7 คะแนน)



16. กำหนดให้กราฟของสมการ $r = \sin \theta$ และ $r = -\cos \theta$ (ดังรูป)
จงความยาวส่วนโค้งของเส้นประ

(5 คะแนน)



17. จงหาพื้นที่ผิวของรูปทรงซึ่งเกิดจากการหมุนของเส้นโค้ง $r = 1 + \cos(\theta)$
โดยหมุนรอบแกนเชิงขั้ว (หรือแกน x)

(5 คะแนน)