



ข้อสอบกลางภาค ประจำปีภาคปลายปีการศึกษา 2559
รายวิชา 30211259 - Calculus II
สอบวันที่ 27 กุมภาพันธ์ 2560 เวลา 17:00 - 20:00 น.

ชื่อ - นามสกุล รหัสประจำตัว

คณะ กลุ่ม ลำดับที่

ห้ามแกะข้อสอบออกจากกัน

คำชี้แจง

1. ให้แสดงวิธีทำโดยละเอียดทุกข้อ
2. ข้อสอบมีทั้งหมด 14 หน้า 18 ข้อ 100 คะแนน (คิดเป็น 50%)
3. สามารถใช้ได้ทั้งดินสอและปากกาในการทำข้อสอบ
4. ห้ามนำกระดาษ เครื่องคำนวณ และสูตรใดๆเข้าห้องสอบ ตรวจพบถือว่าทุจริต
5. ให้เขียน รหัสประจำตัว กลุ่ม และลำดับที่ ทุกหน้าของข้อสอบ
6. ห้ามนำโทรศัพท์มือถือเข้าห้องสอบ และปิดอุปกรณ์สื่อสารทุกชนิด
7. ทุจริตมีโทษสูงสุดตามระเบียบมหาวิทยาลัย
8. ไม่อนุญาตให้ออกจากห้องสอบ ก่อนได้รับอนุญาตจากผู้คุมสอบ

ข้อ	1 (10)	2 (4)	3 (4)	4 (7)	5 (5)	6 (7)	คะแนนรวม (100)
คะแนน							
ข้อ	7 (7)	8 (5)	9 (6)	10 (5)	11 (2)	12 (2)	
คะแนน							
ข้อ	13 (6)	14 (8)	15 (5)	16 (7)	17 (5)	18 (5)	
คะแนน							

กลุ่ม 01 อ.อภิชาติ เนียมวงษ์
 กลุ่ม 03 อ.รักพร ดอกจันทร์
 กลุ่ม 05 อ.เสาวรส ศรีสุข
 กลุ่ม 07 อ.จุฑารัตน์ คงสอน
 กลุ่ม 09 อ.อรณพ แก้วขาว
 กลุ่ม 11 อ.บุญยงค์ ศรีพลแผ้ว
 กลุ่ม 13 อ.รักพร ดอกจันทร์
 กลุ่ม 302 ผศ.อังคณา บุญดิเรก

กลุ่ม 02 อ.พรทิพย์ เกษมพิน
 กลุ่ม 04 อ.วริน วิพิศมากุล
 กลุ่ม 06 ผศ.อังคณา บุญดิเรก
 กลุ่ม 08 อ.วรพรรณ จันทร์ดี
 กลุ่ม 10 อ.สมคิด อินเทพ
 กลุ่ม 12 อ.อภิชาติ เนียมวงษ์
 กลุ่ม 301 อ.สมคิด อินเทพ
 กลุ่ม 501 อ.บุญยงค์ ศรีพลแผ้ว

สูตรการหาอนุพันธ์	สูตรการหาปริพันธ์
1. $\frac{dc}{dx} = 0$ เมื่อ c เป็นค่าคงที่ใดๆ	1. $\int kf(x) dx = k \int f(x) dx$ เมื่อ k เป็นค่าคงที่
2. $\frac{d}{dx} c \cdot f(x) = c \frac{d}{dx} f(x)$ เมื่อ c เป็นค่าคงที่ใดๆ	2. $\int [f(x) \pm g(x)] dx = \int f(x) dx \pm \int g(x) dx$
3. $\frac{d}{dx} (u \pm v) = \frac{du}{dx} \pm \frac{dv}{dx}$	3. $\int 1 du = u + c$
4. $\frac{d}{dx} (u \cdot v) = u \frac{dv}{dx} + v \frac{du}{dx}$	4. $\int u^n du = \frac{u^{n+1}}{n+1} + c$ เมื่อ $n \neq -1$
5. $\frac{d}{dx} \left(\frac{u}{v} \right) = \frac{v \frac{du}{dx} - u \frac{dv}{dx}}{v^2}$; $v \neq 0$	5. $\int \frac{1}{u} du = \ln u + c$ เมื่อ $u > 0$
6. $\frac{d}{dx} \ln u = \frac{1}{u} \frac{du}{dx}$	6. $\int a^u du = \frac{a^u}{\ln a} + c$ เมื่อ $a > 0$ และ $a \neq 1$
7. $\frac{d}{dx} \log_a u = \frac{1}{u \ln a} \frac{du}{dx}$ เมื่อ $a > 0$ และ $a \neq 1$	7. $\int e^u du = e^u + c$
8. $\frac{d}{dx} e^u = e^u \frac{du}{dx}$	8. $\int \sin u du = -\cos u + c$
9. $\frac{d}{dx} u^n = nu^{n-1} \frac{du}{dx}$	9. $\int \cos u du = \sin u + c$
10. $\frac{d}{dx} (\sin u) = \cos u \frac{du}{dx}$	10. $\int \sec^2 u du = \tan u + c$
11. $\frac{d}{dx} (\cos u) = -\sin u \frac{du}{dx}$	11. $\int \csc^2 u du = -\cot u + c$
12. $\frac{d}{dx} (\tan u) = \sec^2 u \frac{du}{dx}$	12. $\int \sec u \tan u du = \sec u + c$
13. $\frac{d}{dx} (\cot u) = -\csc^2 u \frac{du}{dx}$	13. $\int \csc u \cot u du = -\csc u + c$
14. $\frac{d}{dx} (\sec u) = \sec u \tan u \frac{du}{dx}$	14. $\int \tan u du = \ln \sec u + c$
15. $\frac{d}{dx} (\csc u) = -\csc u \cot u \frac{du}{dx}$	15. $\int \cot u du = \ln \sin u + c$
16. $\frac{d}{dx} (\sin^{-1} u) = \frac{1}{\sqrt{1-u^2}} \frac{du}{dx}$	16. $\int \sec u du = \ln \sec u + \tan u + c$
17. $\frac{d}{dx} (\cos^{-1} u) = \frac{-1}{\sqrt{1-u^2}} \frac{du}{dx}$	17. $\int \csc u du = \ln \csc u - \cot u + c$
18. $\frac{d}{dx} (\tan^{-1} u) = \frac{1}{1+u^2} \frac{du}{dx}$	18. $\int \frac{1}{\sqrt{a^2-u^2}} du = \sin^{-1} \frac{u}{a} + c$ เมื่อ $a > 0$
19. $\frac{d}{dx} (\cot^{-1} u) = \frac{-1}{1+u^2} \frac{du}{dx}$	19. $\int \frac{1}{a^2+u^2} du = \frac{1}{a} \tan^{-1} \frac{u}{a} + c$ เมื่อ $a > 0$
20. $\frac{d}{dx} (\sec^{-1} u) = \frac{1}{ u \sqrt{u^2-1}} \frac{du}{dx}$	20. $\int \frac{1}{u\sqrt{u^2-a^2}} du = \frac{1}{a} \sec^{-1} \left \frac{u}{a} \right + c$ เมื่อ $a > 0$
21. $\frac{d}{dx} (\csc^{-1} u) = \frac{-1}{ u \sqrt{u^2-1}} \frac{du}{dx}$	21. $\int \frac{1}{u^2-a^2} du = \frac{1}{2a} \ln \left \frac{u-a}{u+a} \right + c$
	22. $\int \frac{1}{a^2-u^2} du = \frac{1}{2a} \ln \left \frac{a+u}{a-u} \right + c$
	23. $\int \frac{1}{\sqrt{u^2 \pm a^2}} du = \ln (u + \sqrt{u^2 \pm a^2}) + c$
	24. $\int \frac{1}{u\sqrt{a^2 \pm u^2}} du = -\frac{1}{a} \ln \left(\frac{a + \sqrt{a^2 \pm u^2}}{u} \right) + c$
	25. $\int \sqrt{a^2 - u^2} du = \frac{1}{2} u \sqrt{a^2 - u^2} + \frac{1}{2} a^2 \sin^{-1} \left(\frac{u}{a} \right) + c$
	26. $\int \sqrt{u^2 \pm a^2} du = \frac{1}{2} u \sqrt{u^2 \pm a^2} \pm \frac{1}{2} a^2 \ln u + \sqrt{u^2 \pm a^2} + c$

1. จงใช้ความรู้เรื่องการหมุนแกนพิกัดมาช่วยในการเขียนกราฟของสมการ

(10 คะแนน)

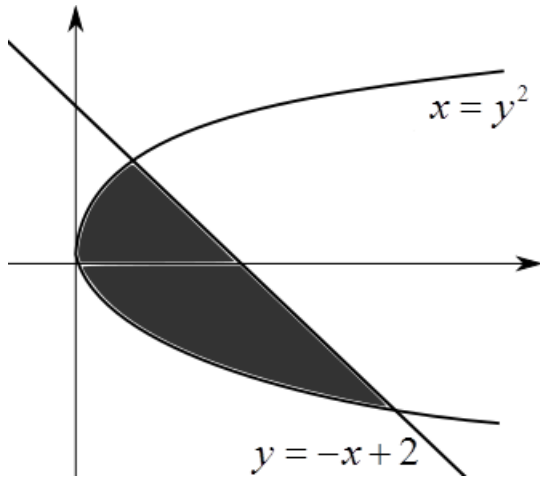
$$2x^2 + \sqrt{3}xy + y^2 - 1 = 0$$

(สำหรับข้อ 1 เขียนต่อ)

2. กำหนดให้ $f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{ถ้า } x < 0 \\ 2x + 3, & \text{ถ้า } 0 \leq x \leq 1 \\ 4, & \text{ถ้า } x > 1 \end{cases}$ จงหา $\int_{-1}^1 f(x) dx$ (4 คะแนน)

3. จงหา $\frac{d}{dx} \int_{-x}^{3x^2} (t + e^t) dt$ (4 คะแนน)

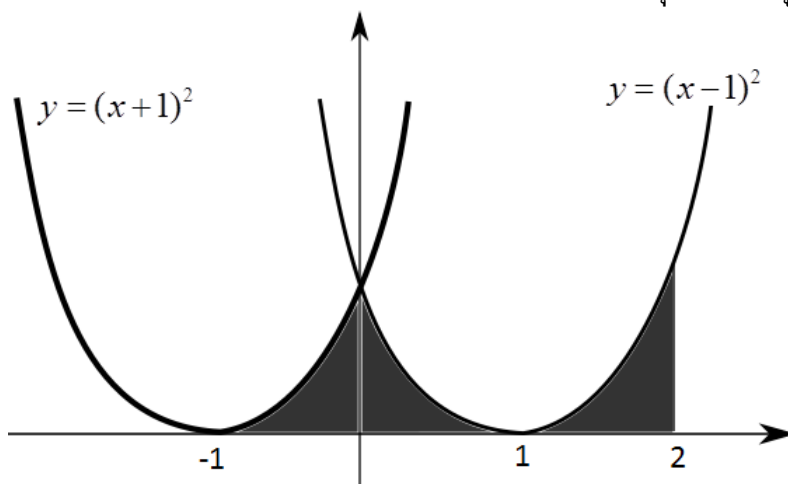
4. จงหาพื้นที่ที่ปิดล้อมด้วยเส้นโค้งพาราโบลา $x = y^2$ และเส้นตรง $y = -x + 2$ (ดังรูป) (7 คะแนน)



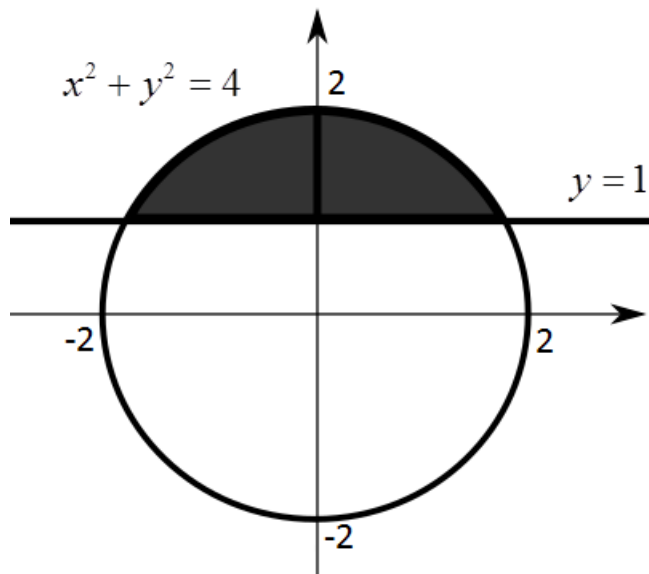
5. จงหาพื้นที่ส่วนแรเงา (ดังรูป)

(5 คะแนน)

หมายเหตุ : เขียนในรูปอินทิกรัล(ปริพันธ์) แต่ไม่ต้องหาค่า



6. จงหาปริมาตรของรูปทรงตันที่เกิดจากการหมุนพื้นที่ที่แรเงา (ดังรูป)



6.1 โดยหมุนรอบแกน x

(4 คะแนน)

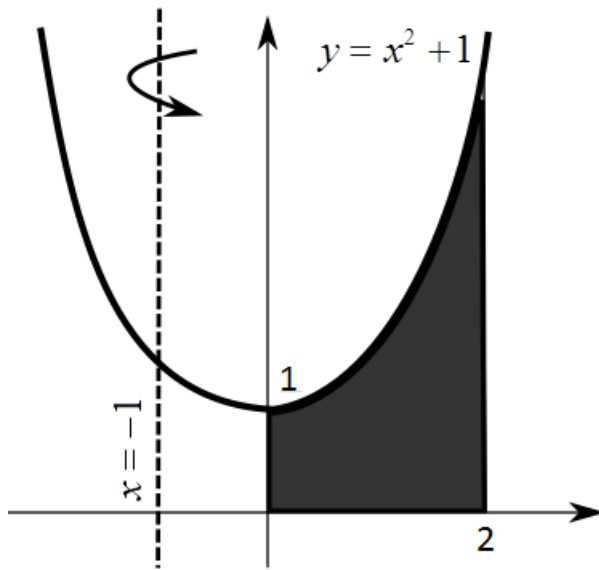
หมายเหตุ : เขียนในรูปอินทิกรัล(ปริพันธ์) แต่ไม่ต้องหาค่า

6.2 โดยหมุนรอบเส้นตรง $y = 1$

(3 คะแนน)

หมายเหตุ : เขียนในรูปอินทิกรัล(ปริพันธ์) แต่ไม่ต้องหาค่า

7. จงหาปริมาตรของรูปทรงตันที่เกิดจากการหมุนพื้นที่ที่แรเงา (ดังรูป) โดยหมุนรอบเส้นตรง $x = -1$ (7 คะแนน)



8. จงหาความยาวของเส้นโค้งซึ่งกำหนดโดย $x = y^4 + y^2$ บนช่วง $1 \leq y \leq 4$ (5 คะแนน)
 หมายเหตุ : เขียนในรูปอินทิกรัล(ปริพันธ์) แต่ไม่ต้องหาค่า

9. จงหาความยาวของเส้นโค้งซึ่งกำหนดโดย $x = 2 + \cos(3t)$, $y = 5 - \sin(3t)$
บนช่วง $0 \leq t \leq \frac{\pi}{3}$

(6 คะแนน)

10. จงหาพื้นที่ผิวของรูปทรงที่ได้มาจากการหมุนเส้นโค้ง $y = e^x$ บนช่วง $0 \leq x \leq 2$
โดยหมุนรอบเส้นตรง $y = 1$

(5 คะแนน)

หมายเหตุ : เขียนในรูปอินทิกรัล(ปริพันธ์) แต่ไม่ต้องหาค่า

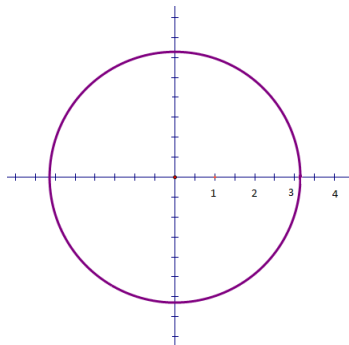
11. จงแปลงจุด $(-2, 2\sqrt{3})$ ในระบบพิกัดฉากให้เป็นจุด (r, θ) ในระบบพิกัดเชิงขั้ว (2 คะแนน)

12. จงแปลงสมการ $r^2 = \frac{1}{2 + 3 \sin \theta \cos \theta}$ ให้เป็นสมการในระบบพิกัดฉาก (2 คะแนน)

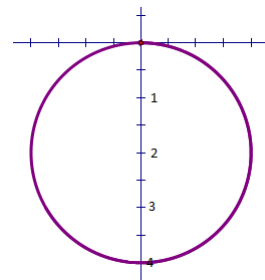
13. กำหนดตัวเลือก

- (1) $r = \pi$ (2) $r = 2$ (3) $r = 2 + 2 \cos(\theta)$
 (4) $r = 1 - 2 \cos(\theta)$ (5) $r^2 = 4 \sin(2\theta)$ (6) $r = \cos(2\theta)$
 (7) $r^2 = -3 \cos(2\theta)$ (8) $r = 2 + 2 \sin(\theta)$ (9) $r = 4 \cos(3\theta)$
 (10) $r = 3 - 2 \sin(\theta)$ (11) $r = 3 \sin(\theta)$ (12) $r = -4 \sin(\theta)$
 (13) ไม่มีคำตอบ

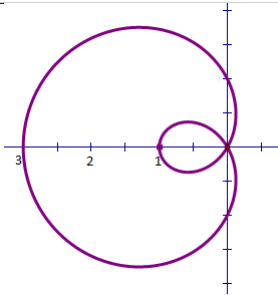
จงเติมเลขข้อของตัวเลือกที่กำหนดให้เพียงตัวเลือกเดียว สำหรับกราฟแต่ละข้อต่อไปนี้
 (ข้อละ 1 คะแนน = 6 คะแนน)



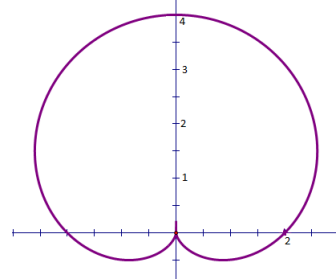
คำตอบ.....



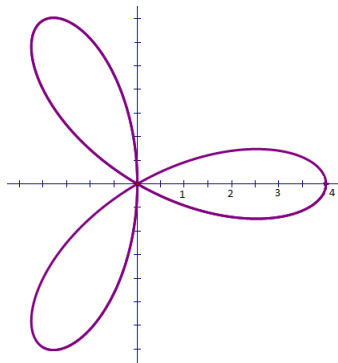
คำตอบ.....



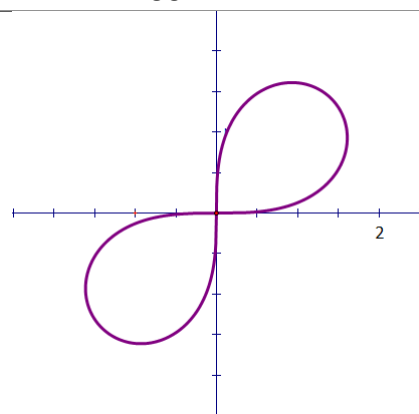
คำตอบ.....



คำตอบ.....



คำตอบ.....



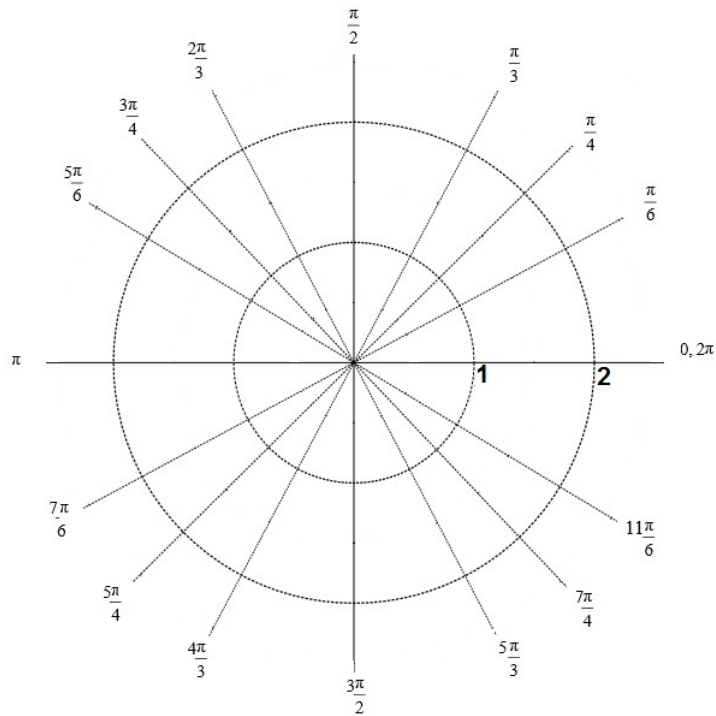
คำตอบ.....

14. กำหนดให้สมการ $r = 1 + \cos(3\theta)$ ในระบบพิกัดเชิงขั้ว

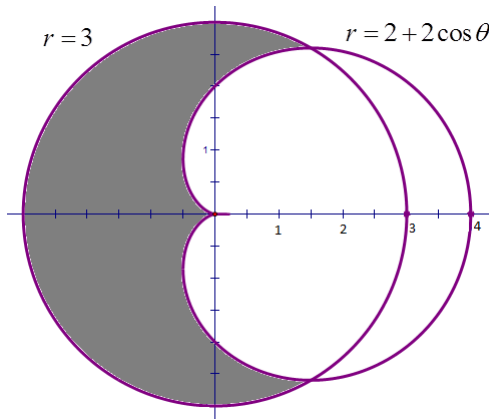
14.1 จงตรวจสอบว่าสมการข้างต้นมีสมมาตรกับแกนเชิงขั้ว (หรือแกน x) หรือไม่ (2 คะแนน)

14.2 จงตรวจสอบว่าสมการข้างต้นมีสมมาตรกับเส้นตรง $\theta = \frac{\pi}{2}$ (หรือแกน y) หรือไม่ (2 คะแนน)

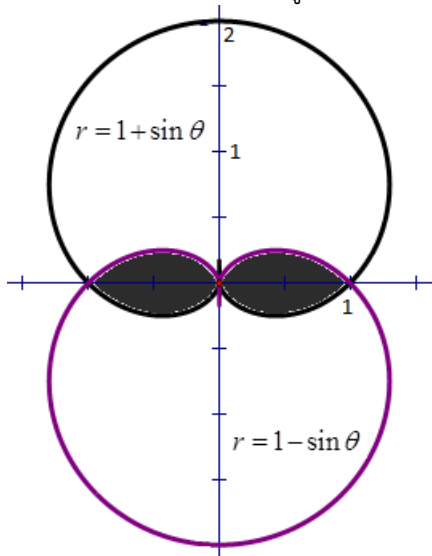
14.3 จงเขียนกราฟของสมการนี้ (4 คะแนน)



15. จงหาพื้นที่ส่วนที่แรเงา ที่อยู่ภายนอก $r = 2 + 2 \cos \theta$ แต่อยู่ภายใน $r = 3$ (ดังรูป) (5 คะแนน)
 หมายเหตุ : เขียนในรูปอินทิกรัล(ปริพันธ์) แต่ไม่ต้องหาค่า



16. จงหาพื้นที่ส่วนที่แรเงา ที่อยู่ภายใน $r = 1 - \sin \theta$ และอยู่ภายใน $r = 1 + \sin \theta$ (ดังรูป) (7 คะแนน)



17. จงหาพื้นที่ผิวของรูปทรงซึ่งเกิดจากการหมุนของเส้นโค้ง $r = 1 + \sin \theta + \cos \theta$ บนช่วง $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ โดยหมุนรอบแกนเชิงขั้ว (หรือแกน x) (5 คะแนน)
 หมายเหตุ : เขียนในรูปอินทิกรัล(ปริพันธ์) แต่ไม่ต้องหาค่า

18. กำหนดค่าของฟังก์ชัน $f(x) = e^{x^2}$ ดังตาราง

x	0	0.25	0.5	0.75	1	1.25	1.5	1.75	2
$f(x) = e^{x^2}$	1.0	1.1	1.3	1.8	2.7	4.8	9.5	21.4	54.6

- จงประมาณค่าของอินทิกรัล $\int_0^2 e^{x^2} dx$ โดยใช้กฎของซิมป์สัน เมื่อ $n = 4$ (5 คะแนน)