



ข้อสอบกลางภาค ประจำภาคปลาย ปีการศึกษา 2560
 รายวิชา 30211259 - Calculus II
 สอบวันที่ 7 มีนาคม 2561 เวลา 09:00 - 12:00 น.

ชื่อ - นามสกุล รหัสประจำตัว

คณะ กลุ่ม ลำดับที่

ห้ามแกะข้อสอบออกจากกัน

คำชี้แจง

1. ให้แสดงวิธีทำโดยละเอียดทุกข้อ
2. ข้อสอบมีทั้งหมด 16 หน้า 20 ข้อ 100 คะแนน (คิดเป็น 50%)
3. สามารถใช้ได้ทั้งดินสอและปากกาในการทำข้อสอบ
4. ห้ามนำกระดาษ เครื่องคำนวณ และสูตรใดๆเข้าห้องสอบ ตรวจพบถือว่าทุจริต
5. ห้ามนำโทรศัพท์มือถือเข้าห้องสอบ และปิดอุปกรณ์สื่อสารทุกชนิด
6. ไม่อนุญาตให้ออกจากห้องสอบ ก่อนได้รับอนุญาตจากผู้คุมสอบ
7. ทุจริตมีโทษตามระเบียบข้อบังคับมหาวิทยาลัยว่าด้วยการศึกษา พ.ศ. ๒๕๕๙ ข้อ ๕ โทษการกระทำ การสอบเจตนาทุจริต หรือกระทำการทุจริตในการวัดผล

ข้อ	1 (4)	2 (4)	3 (4)	4 (5)	5 (4)	คะแนนรวม (100)
คะแนน						
ข้อ	6 (4)	7 (5)	8 (5)	9 (6)	10 (4)	
คะแนน						
ข้อ	11 (4)	12 (5)	13 (7)	14 (6)	15 (6)	
คะแนน						
ข้อ	16 (6)	17 (5)	18 (4)	19 (5)	20 (7)	
คะแนน						

กลุ่ม 01 ดร.อภิชาติ เนียมวงษ์ ห้อง K-A500
 กลุ่ม 03 อ.พรทิพย์ เกษมพิน ห้อง K-A500
 กลุ่ม 05 ดร.ชาติไทย ไทยประยูร ห้อง QS1-2002
 กลุ่ม 07 ดร.เดชชาติ สามารถ ห้อง QS1-4002
 กลุ่ม 302 ดร.จุฑารัตน์ คงสอน ห้อง QS1-1001

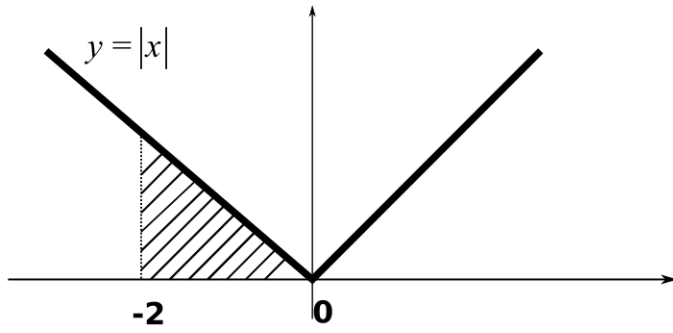
กลุ่ม 02 ดร.จุฑารัตน์ คงสอน ห้อง QS1-1001
 กลุ่ม 04 ผศ.ดร.อังคณา บุญดิเรก ห้อง QS1-2001
 กลุ่ม 06 อ.เสาวรส ศรีสุข ห้อง QS1-5002
 กลุ่ม 301 ดร.บุญยงค์ ศรีพลแผ้ว ห้อง QS1-3001

สูตรการหาอนุพันธ์	สูตรการหาปริพันธ์
1. $\frac{dc}{dx} = 0$ เมื่อ c เป็นค่าคงที่ใดๆ	1. $\int kf(x) dx = k \int f(x) dx$ เมื่อ k เป็นค่าคงที่
2. $\frac{d}{dx} c \cdot f(x) = c \frac{d}{dx} f(x)$ เมื่อ c เป็นค่าคงที่ใดๆ	2. $\int [f(x) \pm g(x)] dx = \int f(x) dx \pm \int g(x) dx$
3. $\frac{d}{dx} (u \pm v) = \frac{du}{dx} \pm \frac{dv}{dx}$	3. $\int 1 du = u + c$
4. $\frac{d}{dx} (u \cdot v) = u \frac{dv}{dx} + v \frac{du}{dx}$	4. $\int u^n du = \frac{u^{n+1}}{n+1} + c$ เมื่อ $n \neq -1$
5. $\frac{d}{dx} \left(\frac{u}{v} \right) = \frac{v \frac{du}{dx} - u \frac{dv}{dx}}{v^2}$; $v \neq 0$	5. $\int \frac{1}{u} du = \ln u + c$ เมื่อ $u > 0$
6. $\frac{d}{dx} \ln u = \frac{1}{u} \frac{du}{dx}$	6. $\int a^u du = \frac{a^u}{\ln a} + c$ เมื่อ $a > 0$ และ $a \neq 1$
7. $\frac{d}{dx} \log_a u = \frac{1}{u \ln a} \frac{du}{dx}$ เมื่อ $a > 0$ และ $a \neq 1$	7. $\int e^u du = e^u + c$
8. $\frac{d}{dx} e^u = e^u \frac{du}{dx}$	8. $\int \sin u du = -\cos u + c$
9. $\frac{d}{dx} u^n = nu^{n-1} \frac{du}{dx}$	9. $\int \cos u du = \sin u + c$
10. $\frac{d}{dx} (\sin u) = \cos u \frac{du}{dx}$	10. $\int \sec^2 u du = \tan u + c$
11. $\frac{d}{dx} (\cos u) = -\sin u \frac{du}{dx}$	11. $\int \csc^2 u du = -\cot u + c$
12. $\frac{d}{dx} (\tan u) = \sec^2 u \frac{du}{dx}$	12. $\int \sec u \tan u du = \sec u + c$
13. $\frac{d}{dx} (\cot u) = -\csc^2 u \frac{du}{dx}$	13. $\int \csc u \cot u du = -\csc u + c$
14. $\frac{d}{dx} (\sec u) = \sec u \tan u \frac{du}{dx}$	14. $\int \tan u du = \ln \sec u + c$
15. $\frac{d}{dx} (\csc u) = -\csc u \cot u \frac{du}{dx}$	15. $\int \cot u du = \ln \sin u + c$
16. $\frac{d}{dx} (\sin^{-1} u) = \frac{1}{\sqrt{1-u^2}} \frac{du}{dx}$	16. $\int \sec u du = \ln \sec u + \tan u + c$
17. $\frac{d}{dx} (\cos^{-1} u) = \frac{-1}{\sqrt{1-u^2}} \frac{du}{dx}$	17. $\int \csc u du = \ln \csc u - \cot u + c$
18. $\frac{d}{dx} (\tan^{-1} u) = \frac{1}{1+u^2} \frac{du}{dx}$	18. $\int \frac{1}{\sqrt{a^2-u^2}} du = \sin^{-1} \frac{u}{a} + c$ เมื่อ $a > 0$
19. $\frac{d}{dx} (\cot^{-1} u) = \frac{-1}{1+u^2} \frac{du}{dx}$	19. $\int \frac{1}{a^2+u^2} du = \frac{1}{a} \tan^{-1} \frac{u}{a} + c$ เมื่อ $a > 0$
20. $\frac{d}{dx} (\sec^{-1} u) = \frac{1}{ u \sqrt{u^2-1}} \frac{du}{dx}$	20. $\int \frac{1}{u\sqrt{u^2-a^2}} du = \frac{1}{a} \sec^{-1} \left \frac{u}{a} \right + c$ เมื่อ $a > 0$
21. $\frac{d}{dx} (\csc^{-1} u) = \frac{-1}{ u \sqrt{u^2-1}} \frac{du}{dx}$	21. $\int \frac{1}{u^2-a^2} du = \frac{1}{2a} \ln \left \frac{u-a}{u+a} \right + c$
	22. $\int \frac{1}{a^2-u^2} du = \frac{1}{2a} \ln \left \frac{a+u}{a-u} \right + c$
	23. $\int \frac{1}{\sqrt{u^2 \pm a^2}} du = \ln (u + \sqrt{u^2 \pm a^2}) + c$
	24. $\int \frac{1}{u\sqrt{a^2 \pm u^2}} du = -\frac{1}{a} \ln \left(\frac{a + \sqrt{a^2 \pm u^2}}{u} \right) + c$
	25. $\int \sqrt{a^2 - u^2} du = \frac{1}{2} u \sqrt{a^2 - u^2} + \frac{1}{2} a^2 \sin^{-1} \left(\frac{u}{a} \right) + c$
	26. $\int \sqrt{u^2 \pm a^2} du = \frac{1}{2} u \sqrt{u^2 \pm a^2} \pm \frac{1}{2} a^2 \ln u + \sqrt{u^2 \pm a^2} + c$

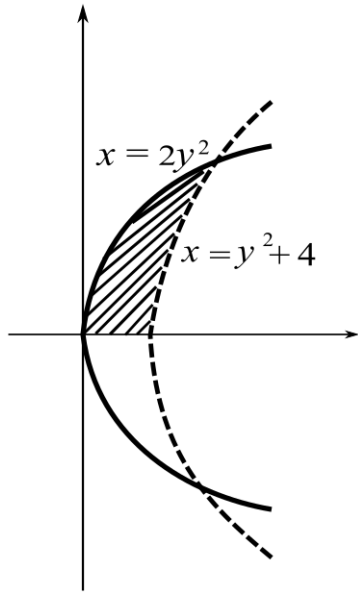
1. กำหนดให้ $f(x) = \begin{cases} 3x^2, & \text{ถ้า } x < 0 \\ e^x + 1, & \text{ถ้า } 0 \leq x < 1 \\ 2, & \text{ถ้า } 1 \leq x < 2 \\ \frac{1}{x^2}, & \text{ถ้า } x \geq 2 \end{cases}$ จงหา $\int_1^3 f(x) dx$ (4 คะแนน)

2. จงหา $\frac{d}{dx} \int_{\ln(x)}^{e^{2x}} \frac{\sqrt{3t+2}}{2t} dt$ (4 คะแนน)

3. จงใช้ปริพันธ์จำกัดเขตหาพื้นที่ส่วนที่แรเงา ระหว่าง $y = |x|$ กับแกน x บนช่วง $[-2, 0]$ (ดังรูป) (4 คะแนน)

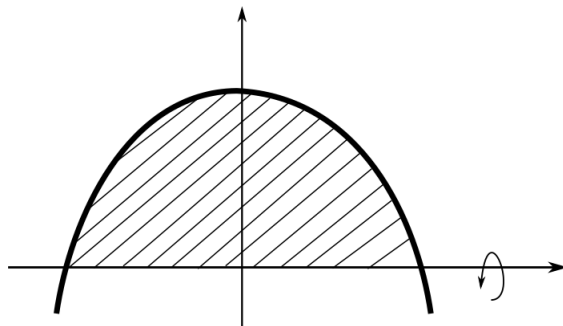


4. จงใช้ปริพันธ์จำกัดเขตหาพื้นที่เฉพาะส่วนที่แรเงา ระหว่าง $x = 2y^2$ และ $x = y^2 + 4$ (ดังรูป) (5 คะแนน)



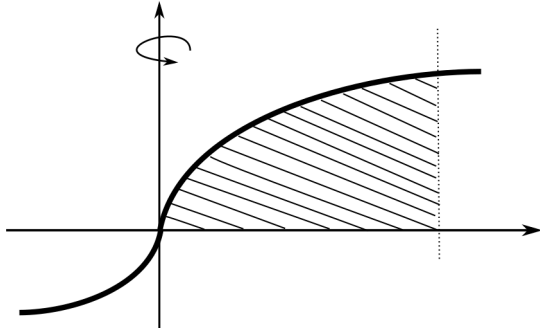
5. จงใช้ปริพันธ์จำกัดเขตหาปริมาตรของรูปทรงตันที่เกิดจากการหมุนพื้นที่ที่ปิดล้อมด้วย $y = 1 - x^2$ และแกน x (ดังรูป) โดยหมุนรอบแกน x (4 คะแนน)

หมายเหตุ : เขียนในรูปอินทิกรัล(ปริพันธ์) แต่ไม่ต้องหาค่า



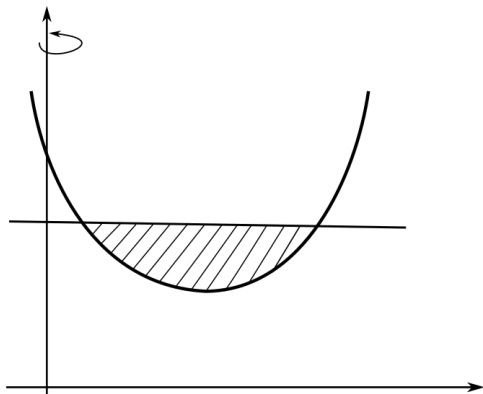
6. จงใช้ปริพันธ์จำกัดเขตหาปริมาตรของรูปทรงตันที่เกิดจากการหมุนพื้นที่ที่ปิดล้อมด้วย $x = y^3$ กับแกน x และ $x = 8$ (ดังรูป) โดยหมุนรอบแกน y (4 คะแนน)

หมายเหตุ : เขียนในรูปอินทิกรัล(ปริพันธ์) แต่ไม่ต้องหาค่า



7. จงใช้ปริพันธ์จำกัดเขตหาปริมาตรของรูปทรงตันที่เกิดจากการหมุนพื้นที่ที่ปิดล้อมด้วย $y - 3 = (x - 2)^2$ กับ $y = 4$ (ดังรูป) โดยหมุนรอบแกน y (5 คะแนน)

หมายเหตุ : เขียนในรูปอินทิกรัล(ปริพันธ์) แต่ไม่ต้องหาค่า



8. จงใช้ปริพันธ์จำกัดเขตหาความยาวส่วนโค้งของ $x = \frac{2}{3}y^{\frac{3}{2}}$ จากจุด $(0, 0)$ ถึง $(\frac{2}{3}, 1)$ (5 คะแนน)

9. จงใช้ปริพันธ์จำกัดเขตหาพื้นที่ผิวของรูปทรงที่ได้มาจากการหมุนเส้นโค้งที่กำหนดโดย $x = -2\sin(t)$ และ $y = 2\cos(t)$ บนช่วง $0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$ โดยหมุนรอบแกน x (6 คะแนน)

10. จงแปลงจุดต่อไปนี้

(10.1) $(6, \frac{-2\pi}{3})$ ในระบบพิกัดเชิงขั้วให้เป็นจุด (x, y) ในระบบพิกัดฉาก (2 คะแนน)

(10.2) $(1, -1)$ ในระบบพิกัดฉากให้เป็นจุด (r, θ) ในระบบพิกัดเชิงขั้ว (2 คะแนน)

11. จงแปลงสมการต่อไปนี้

(11.1) $r = \frac{3}{\sin \theta}$ ให้เป็นสมการในระบบพิกัดฉาก (2 คะแนน)

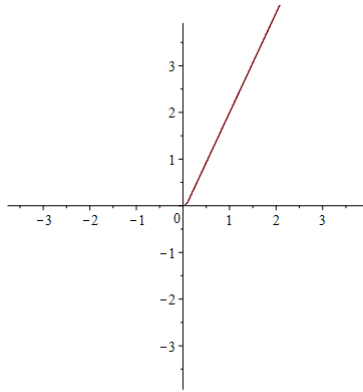
(11.2) $2x^2 - 3x + 2y^2 = 4$ ให้เป็นสมการในระบบพิกัดเชิงขั้ว (2 คะแนน)

12. กำหนดตัวเลือก

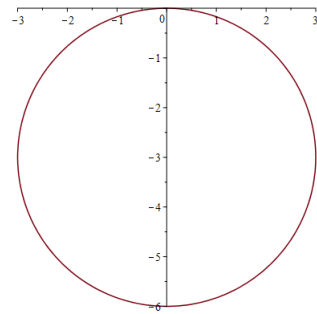
- | | | |
|------------------------------|------------------------------|------------------------------|
| (1) $r^2 = 16 \sin(2\theta)$ | (2) $r = 2 - 4 \sin(\theta)$ | (3) $r = 2 - 4 \cos(\theta)$ |
| (4) $r^2 = 16 \cos(2\theta)$ | (5) $r = 3 - 2 \sin(\theta)$ | (6) $r = 3 + 2 \cos(\theta)$ |
| (7) $r = 3$ | (8) $\theta = \frac{\pi}{3}$ | (9) $\theta = \pi$ |
| (10) $r = -6 \sin(\theta)$ | (11) $r = -6 \cos(\theta)$ | (12) ไม่มีคำตอบ |

จงเติมเลขข้อของตัวเลือกที่กำหนดให้เพียงตัวเลือกเดียว สำหรับกราฟแต่ละข้อต่อไปนี้

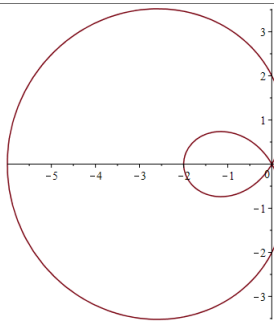
(ข้อละ 1 คะแนน = 5 คะแนน)



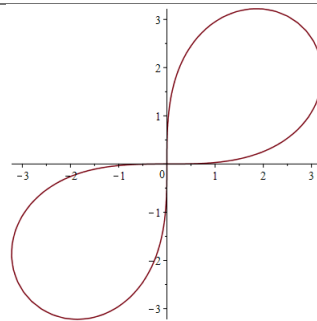
คำตอบ.....



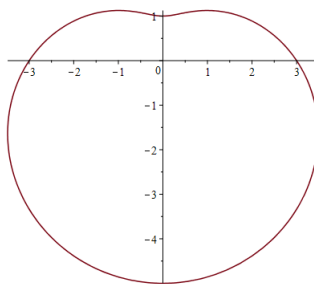
คำตอบ.....



คำตอบ.....



คำตอบ.....



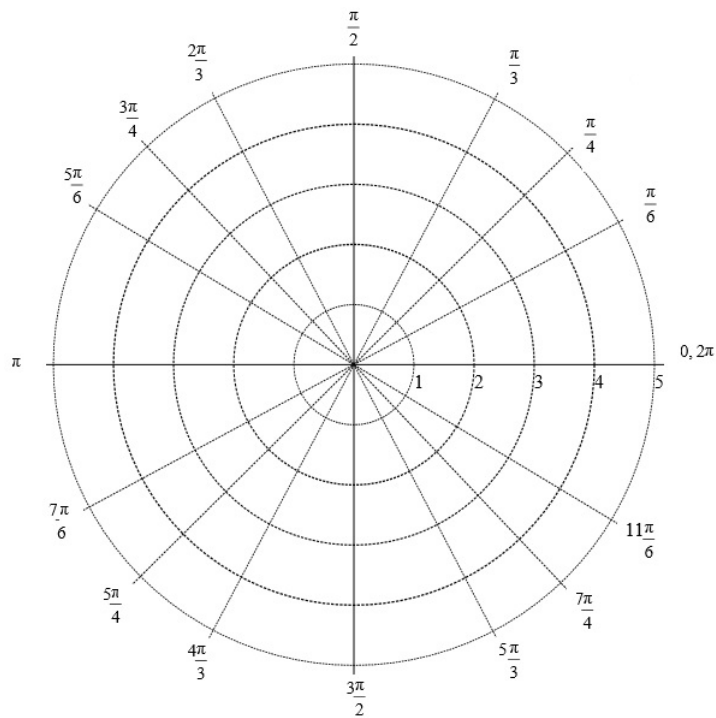
คำตอบ.....

13. กำหนดให้สมการ $r = 8 \cos(\theta) \sin(\theta)$ ในระบบพิกัดเชิงขั้ว

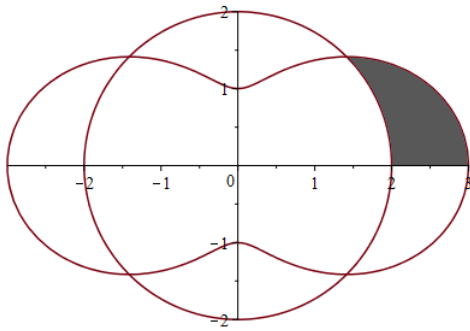
13.1 จงตรวจสอบว่าสมการข้างต้นมีสมมาตรกับแกนเชิงขั้ว (หรือแกน x) หรือไม่ (2 คะแนน)

13.2 จงตรวจสอบว่าสมการข้างต้นมีสมมาตรกับเส้นตรง $\theta = \frac{\pi}{2}$ (หรือแกน y) หรือไม่ (2 คะแนน)

13.3 จงเขียนกราฟของสมการนี้ (3 คะแนน)

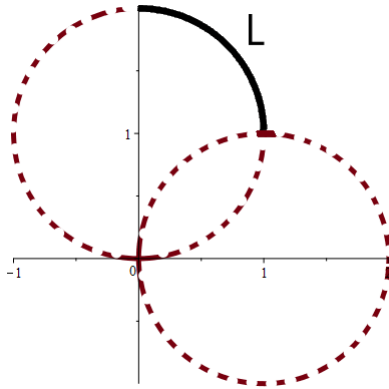


14. จงใช้ปริพันธ์จำกัดเขตหาพื้นที่ ส่วนที่แรเงา ด้วย $r = 2$ และ $r = 2 + \cos(2\theta)$ (ดังรูป) (6 คะแนน)



15. กำหนดให้กราฟของ $r = 2 \cos(\theta)$ และ $r = 2 \sin(\theta)$ (ดังรูป)
 จงใช้ปริพันธ์จำกัดเขตหาความยาวส่วนโค้งเฉพาะในส่วนของเส้นทึบ L

(6 คะแนน)



16. จงหาพื้นที่ผิวของรูปทรงซึ่งเกิดจากการหมุนของเส้นโค้ง $r = 1 + \sin(\theta)$ ในช่วง $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ โดยหมุนรอบเส้นตรง $\theta = \frac{\pi}{2}$ (หรือแกน y) (6 คะแนน)

17. กำหนดค่าของฟังก์ชัน $f(x)$ ดังตาราง

(5 คะแนน)

x	0	1	1.5	2	3	4	4.5	5	5.5
$f(x)$	2	2	1	0	3	4	5	2	4

จงเลือกใช้กฎสี่เหลี่ยมคางหมู หรือ กฎของซิมป์สัน เพื่อประมาณค่าของ $\int_0^5 f(x) dx$ เมื่อ $n = 5$

ข้อ 18-20 จงใช้กฎของโลปีตาลเพื่อหาค่าของลิมิต

18. จงหา $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - x^2 - x - 2}{x^3 - 3x^2 + 3x - 2}$ (4 คะแนน)

19. จงหา $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{\sin x} \right)$ (5 คะแนน)

20. จงหา $\lim_{x \rightarrow 0} (x^2 + 1)^{\csc x}$

(7 คะแนน)

หมายเหตุ $\csc x$ คือ $\operatorname{cosec} x = \frac{1}{\sin x}$