



ข้อสอบกลางภาค ประจำปีภาคปลาย ปีการศึกษา 2557
รายวิชา 302281 - สมการเชิงอนุพันธ์สามัญ
สอบวันที่ 25 กุมภาพันธ์ พ.ศ.2558 เวลา 17.00-20.00 น.

ชื่อ - นามสกุล รหัสประจำตัว

คณะ กลุ่ม ลำดับที่

***** ห้ามแกะข้อสอบออกจากกัน *****

คำชี้แจง

1. ข้อสอบมีทั้งหมด 12 หน้า (รวมหน้านี้) 14 ข้อ 100 คะแนน (คิดเป็น 50%)
2. สามารถใช้ได้ทั้งดินสอและปากกาในการทำข้อสอบ
3. ห้ามนำกระดาษ เครื่องคำนวณและสูตรใดๆเข้าห้องสอบ
4. ให้เขียนชื่อ รหัสประจำตัว และลำดับที่ ทุกหน้าของข้อสอบ
5. ถ้ายังไม่ได้ส่งข้อสอบ ห้ามออกจากห้องสอบไม่ว่ากรณีใดๆ
6. ทุจริตมีโทษสูงสุดตามระเบียบมหาวิทยาลัย

คะแนน (สำหรับอาจารย์)

ข้อ	1 (10)	2 (5)	3 (6)	4 (8)	5 (12)	6 (8)	7 (10)
คะแนน							
ข้อ	8 (5)	9 (5)	10 (10)	11 (6)	12 (5)	13 (5)	14 (5)
คะแนน							

กลุ่ม 1& 301	อาจารย์ ดร.อภิชาติ เนียมวงษ์	ห้อง K-A500
กลุ่ม 2	ผศ. ดร.สหทัย รัตนมงคลกุล	ห้อง K-C300
กลุ่ม 3	ผศ. ดร.สินีนานา ศรีมงคล	ห้อง K-C300
กลุ่ม 4	ผศ. ดร.ดวงกมล ผลเต็ม	ห้อง K-A500
กลุ่ม 501	อาจารย์ ดร.อภิชาติ เนียมวงษ์	ห้อง K-A500

รวม

จงแสดงวิธีทำโดยละเอียดทุกข้อ

1. (10 คะแนน) จงพิจารณาสมการเชิงอนุพันธ์ต่อไปนี้ ว่าเป็นสมการเชิงอนุพันธ์สามัญ (ODE) หรือสมการเชิงอนุพันธ์ย่อย (PDE) พร้อมทั้งพิจารณาอันดับ (Order) และระดับชั้น (Degree) ของสมการแต่ละสมการ โดยเขียนคำตอบลงในตารางที่กำหนดให้

ข้อที่	สมการเชิงอนุพันธ์	ODE หรือ PDE	อันดับ	ระดับชั้น
1.1	$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} = x^2 + y^2$			
1.2	$y^4 + (y''')^{\frac{3}{2}} = \cos x$			
1.3	$\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right)^4 + \left(\frac{d^5y}{dx^5}\right)^3 = 2$			

จงพิจารณาสมการเชิงอนุพันธ์สามัญ ว่าเป็นสมการเชิงเส้น (Linear Equation) หรือเป็นสมการแบบไม่เชิงเส้น (Nonlinear Equation) และพิจารณาปัญหา (ซึ่งประกอบด้วย สมการเชิงอนุพันธ์และเงื่อนไข) ที่กำหนดให้ว่าเป็นปัญหาค่าเริ่มต้น (IVP) หรือปัญหาค่าขอบ (BVP) โดยเขียนคำตอบลงในตารางที่กำหนดให้

ข้อที่	สมการเชิงอนุพันธ์	เป็นเชิงเส้น หรือ ไม่เชิงเส้น	IVP หรือ BVP
1.4	$y' = y''(1 - x - y), y(0) = 1, y'(0) = 2$		
1.5	$y' = (x^3 + 2)y + \tan x, y(1) = 2$		
1.6	$y' - 3xy = y^2 + \ln x, y(0) = -1$		
1.7	$y'' + y^2 = \sin x, y(0) = 2, y'(1) = 1$		

2. (5 คะแนน) กำหนดสมการเชิงอนุพันธ์

$$(y')^2 - 5xy = 5x^2 + 1$$

จงตรวจสอบว่า $y = e^{5x}$ และ $y = -x$ เป็นผลเฉลยของสมการที่กำหนดให้หรือไม่

3. (6 คะแนน) จงหาผลเฉลยเฉพาะของสมการเชิงอนุพันธ์

$$e^x - yy' = 0, \quad y(0) = 1$$

4. (8 คะแนน) สมการเชิงอนุพันธ์ที่กำหนดให้นี้เป็นสมการแบบเอกพันธ์ (Homogeneous Equation) หรือไม่ พร้อมทั้งหาผลเฉลยทั่วไป

$$x^2 \frac{dy}{dx} = x^2 + 5xy$$

5. (12 คะแนน) สมการเชิงอนุพันธ์ที่กำหนดให้นี้เป็นสมการแบบแม่นตรง (Exact Equation) หรือไม่ พร้อมทั้งหาผลเฉลยทั่วไป

$$2xydx + (2x^2 - e^y)dy = 0$$

6. (8 คะแนน) จงหาผลเฉลยเฉพาะของสมการเชิงอนุพันธ์

$$y' = 2e^x + y, \quad y(0) = 2$$

7. (10 คะแนน) จงหาผลเฉลยทั่วไปของสมการเชิงอนุพันธ์

$$xy - \frac{dy}{dx} = y^3 e^{-x^2}$$

8. (5 คะแนน) จงหาวงค์เส้นโค้งแนววิถีเชิงตั้งฉากกับวงค์ของเส้นตรงที่ผ่านจุดกำเนิด

9. (5 คะแนน) กำหนด $y_1 = 1$, $y_2 = x^2$ และ $y_3 = e^x$ เป็นผลเฉลยของสมการเชิงอนุพันธ์

$$a(x)y''' + b(x)y'' + c(x)y' + d(x)y = g(x)$$

จงตรวจสอบความเป็นอิสระเชิงเส้น (Linearly Independent) ของ y_1 , y_2 และ y_3 พร้อมทั้งเขียนผลเฉลยทั่วไป (ถ้ามี)

10. (10 คะแนน) จงหาผลเฉลยทั่วไปของสมการเชิงอนุพันธ์

$$x^2y'' + 5xy' - 5y = 0, \quad x > 0$$

เมื่อกำหนด $y_1 = x$ เป็นผลเฉลยหนึ่งของสมการเชิงอนุพันธ์ข้างต้น

11. (6 คะแนน) จงหาผลเฉลยทั่วไปและผลเฉลยเฉพาะของสมการเชิงอนุพันธ์

$$y'' + 5y' + 4y = 0, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 2$$

12. (5 คะแนน) ถ้ารากสมการลักษณะเฉพาะ (Characteristic Equation) ของสมการเชิงอนุพันธ์เอกพันธ์ (Homogeneous Differential Equation) อันดับที่ 9 คือ

$$-1, 3, 4, 4, 4, 2i, 2i, -2i, -2i$$

จงหาผลเฉลยทั่วไป

13. (5 คะแนน) จงหาผลเฉลยทั่วไปของสมการเชิงอนุพันธ์

$$y^{(4)} - 3y''' + 6y'' = 0$$

14. (5 คะแนน) จงหาผลเฉลยทั่วไปของสมการเชิงอนุพันธ์

$$y^{(4)} - y = 0$$