



ข้อสอบกลางภาค ประจำปีภาคปลาย ปีการศึกษา 2558
รายวิชา 302281 - สมการเชิงอนุพันธ์สามัญ
สอบวันที่ 1 มีนาคม พ.ศ. 2559 เวลา 17.00-20.00 น.

ชื่อ - นามสกุล รหัสประจำตัว

คณะ กลุ่ม ลำดับที่

***** ห้ามแกะข้อสอบออกจากกัน *****

คำชี้แจง

1. ข้อสอบมีทั้งหมด 15 หน้า (รวมหน้านี้) 14 ข้อ 100 คะแนน (คิดเป็น 50%)
2. สามารถใช้ได้ทั้งดินสอและปากกาในการทำข้อสอบ
3. ห้ามนำกระดาษ เครื่องคำนวณและสูตรใด ๆ เข้าห้องสอบ
4. ให้เขียนชื่อ รหัสประจำตัว และลำดับที่ ทุกหน้าของข้อสอบ
5. ถ้ายังไม่ได้ส่งข้อสอบ ห้ามออกจากห้องสอบไม่ว่ากรณีใด ๆ
6. ทุจริตมีโทษสูงสุดตามระเบียบมหาวิทยาลัย

คะแนน (สำหรับอาจารย์)

ข้อ	1 (6)	2 (8)	3 (9)	4 (6)	5 (6)	6 (9)	7 (6)
คะแนน							
ข้อ	8 (6)	9 (8)	10 (6)	11 (6)	12 (7)	13 (9)	14 (8)
คะแนน							

กลุ่ม 1 ดร.อภิชาติ เนียมวงษ์ ห้อง K-B507
กลุ่ม 2 ผศ. ดร.ดวงกมล ผลเต็ม ห้อง K-B502/K-B503
กลุ่ม 3 ดร.ชาติไทย ไทยประยูร ห้อง K-B504/K-B503
กลุ่ม 501 อาจารย์เสาวรส ศรีสุข ห้อง K-B505
กลุ่ม 502 ดร.ชาติไทย ไทยประยูร ห้อง K-B506

รวม

Differentiation

$$\frac{dc}{du} = 0, (c \text{ constant})$$

$$\frac{d}{dx}(u \pm v) = \frac{du}{dx} \pm \frac{dv}{dx}$$

$$\frac{d}{dx}(uv) = u \frac{dv}{dx} + v \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{u}{v}\right) = \frac{v \frac{du}{dx} - u \frac{dv}{dx}}{v^2}$$

$$\frac{du}{dx} = \frac{du}{dy} \cdot \frac{dy}{dx} \quad (\text{Chain Rule})$$

$$\frac{d}{dx}u^n = nu^{n-1} \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx}e^u = e^u \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx}a^u = a^u \ln a \frac{du}{dx}, \quad a \neq 1 \text{ และ } a > 0$$

$$\frac{d}{dx} \sin u = \cos u \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx} \cos u = -\sin u \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx} \tan u = \sec^2 u \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx} \cot u = -\csc^2 u \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx} \sec u = \sec u \tan u \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx} \csc u = -\csc u \cot u \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx} \sinh u = \cosh u \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx} \cosh u = \sinh u \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx} \ln u = \frac{1}{u} \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx} \log_a u = \frac{1}{u \ln a} \frac{du}{dx}, \quad a \neq 1 \text{ และ } a > 0$$

$$\frac{d}{dx} \arcsin u = \frac{1}{\sqrt{1-u^2}} \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx} \arccos u = -\frac{1}{\sqrt{1-u^2}} \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx} \arctan u = \frac{1}{1+u^2} \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx} \text{arccot } u = -\frac{1}{1+u^2} \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx} \text{arcsec } u = \frac{1}{|u|\sqrt{u^2-1}} \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx} \text{arccsc } u = -\frac{1}{|u|\sqrt{u^2-1}} \frac{du}{dx}$$

Integration

$$\int du = u + c$$

$$\int u dv = uv - \int v du, \quad (\text{by part})$$

$$\int u^n du = \frac{u^{n+1}}{n+1} + c, \quad (n \neq -1)$$

$$\int \frac{1}{u} du = \ln |u| + c$$

$$\int e^u du = e^u + c$$

$$\int a^u du = \frac{1}{\ln a} a^u + c, \quad a \neq 1 \text{ และ } a > 0$$

$$\int \sin u du = -\cos u + c$$

$$\int \cos u du = \sin u + c$$

$$\int \tan u du = -\ln |\cos u| + c$$

$$\int \cot u du = \ln |\sin u| + c$$

$$\int \sec u du = \ln |\sec u + \tan u| + c$$

$$\int \csc u du = \ln |\csc u - \cot u| + c$$

$$\int \frac{du}{u^2 + a^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{u}{a} + c, \quad a > 0$$

$$\int \frac{du}{\sqrt{a^2 - u^2}} = \arcsin \frac{u}{a} + c, \quad a > 0$$

$$\int \frac{du}{\sqrt{u^2 + a^2}} = \text{arcsinh } \frac{u}{a} + c, \quad a > 0$$

$$\int \frac{du}{\sqrt{u^2 - a^2}} = \text{arccosh } \frac{u}{a} + c, \quad a > 0$$

$$\int \sin^2 u du = \frac{1}{2}u - \frac{1}{4} \sin 2u + c$$

$$\int \cos^2 u du = \frac{1}{2}u + \frac{1}{4} \sin 2u + c$$

$$\int \tan^2 u du = \tan u - u + c$$

$$\int \cot^2 u du = -\cot u - u + c$$

$$\int \ln u du = u \ln u - u + c$$

จงแสดงวิธีทำโดยละเอียดทุกข้อ

1. จงหาผลเฉลยเฉพาะของสมการเชิงอนุพันธ์

$$y' = xe^{y+x^2}, \quad y(0) = 0$$

(6 คะแนน)

2. จงหาผลเฉลยทั่วไปของสมการเชิงอนุพันธ์

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y + \sqrt{x^2 - y^2}}{x}$$

(8 คะแนน)

3. จงหาผลเฉลยทั่วไปของสมการเชิงอนุพันธ์

$$(x + \sin y - \cos y)dx + x(\sin y + \cos y)dy = 0$$

(9 คะแนน)

4. จงหาตัวประกอบปริพันธ์ (Integrating Factor) ที่ทำให้สมการนี้เป็นสมการเชิงอนุพันธ์แบบแม่นตรง (Exact Differential Equation)

$$(5xy + 4y^2 + 1)dx + (x^2 + 2xy)dy = 0$$

(6 คะแนน)

5. จงหาวงค์เส้นโค้งแนววิถีตั้งฉาก (Orthogonal Trajectories) กับวงค์เส้นโค้ง

$$y^2 + 2y - x^2 = c$$

เมื่อ c เป็นค่าคงที่ใด ๆ

(6 คะแนน)

6. จงหาผลเฉลยทั่วไปของสมการเชิงอนุพันธ์

$$\frac{dy}{dx} + \frac{2}{x}y = -y^2 x^2 \cos x$$

(9 คะแนน)

7. กำหนด $y_1 = x$ และ $y_2 = x^{-3}$ เป็นผลเฉลยของสมการเชิงอนุพันธ์

$$y'' + \frac{3}{x}y' - \frac{3}{x^2}y = 0$$

(6 คะแนน)

7.1 จงหา Wronskian $W(y_1, y_2)$

7.2 ผลเฉลย y_1 และ y_2 เป็นอิสระเชิงเส้น (Linearly Independence) ต่อกัน หรือไม่

7.3 จงหาผลเฉลยทั่วไปของสมการเชิงอนุพันธ์นี้

7.4 กำหนดเงื่อนไขค่าเริ่มต้น $y(1) = 0$ และ $y'(1) = 2$ จงหาผลเฉลยเฉพาะของสมการเชิงอนุพันธ์นี้

8. ให้ $y = c_1e^{-x} + c_2e^x$ เป็นผลเฉลยทั่วไปของสมการเชิงอนุพันธ์

$$ay'' + by' + cy = 0$$

จงหาสมการเชิงอนุพันธ์นี้ เมื่อ a, b และ c เป็นค่าคงที่ใด ๆ

(6 คะแนน)

9. จงหาผลเฉลยทั่วไปของสมการเชิงอนุพันธ์

$$x^2y'' - 3xy' + 4y = 0, \quad x > 0$$

เมื่อกำหนด $y_1 = x^2$ เป็นผลเฉลยหนึ่งของสมการเชิงอนุพันธ์นี้

(8 คะแนน)

10. จงหาผลเฉลยทั่วไปของสมการเชิงอนุพันธ์

$$y^{(4)} + 18y'' + 81 = 0$$

(6 คะแนน)

11. จงหาผลเฉลยทั่วไปของสมการเชิงอนุพันธ์

$$y^{(4)} + 2y''' - y'' = 0$$

(6 คะแนน)

12. จงเขียนรูปแบบ y_p ที่สอดคล้องกับผลเฉลยทั่วไป (y_c) ของสมการเชิงอนุพันธ์

$$y'' + 4y' = x^2 + xe^{-4x} + \sin x$$

โดยไม่ต้องหาค่าสัมประสิทธิ์ของ y_p

(7 คะแนน)

13. จงหาผลเฉลยทั่วไปของสมการเชิงอนุพันธ์

$$y'' - 2y' + y = x^{-2}e^x$$

(9 คะแนน)

14. จงหาผลเฉลยทั่วไปของสมการเชิงอนุพันธ์

$$x^2y'' + xy' - 4y = 0$$

(8 คะแนน)