



ข้อสอบกลางภาค ประจำภาคปลาย ปีการศึกษา 2560
รายวิชา 30228159/302281 สมการเชิงอนุพันธ์สามัญ
สอบวันที่ 5 มีนาคม 2561 เวลา 17:00 - 20:00 น. ห้อง QS1-4001

ชื่อ - นามสกุล รหัสประจำตัว

กลุ่ม ลำดับที่

30228159

กลุ่ม 01 อาจารย์ เสาวรส ศรีสุข
กลุ่ม 02 อาจารย์ อภิชาติ เนียมวงษ์

302281

กลุ่ม 01 อาจารย์ เสาวรส ศรีสุข

คำชี้แจง

1. ให้แสดงวิธีทำโดยละเอียดทุกข้อ
2. ข้อสอบมีทั้งหมด 12 หน้า 10 ข้อ 96 คะแนน (คิดเป็น 48%)
3. สามารถใช้ได้ทั้งดินสอและปากกาในการทำข้อสอบ
4. ห้ามนำกระดาษ เอกสารต่าง ๆ เครื่องคำนวณ และสูตรใด ๆ เข้าห้องสอบ ตรวจพบถือว่าทุจริต
5. ห้ามนำโทรศัพท์มือถือเข้าห้องสอบ และปิดอุปกรณ์สื่อสารทุกชนิด
6. ไม่อนุญาตให้ออกจากห้องสอบ ก่อนได้รับอนุญาตจากผู้คุมสอบ
7. ทุจริตมีโทษตามระเบียบข้อบังคับมหาวิทยาลัยว่าด้วยการศึกษา พ.ศ. ๒๕๕๙ ข้อ ๕ โทษการกระทำการ سوءเจตนาทุจริต หรือกระทำการทุจริตในการวัดผล

ตอนที่ 1

ข้อ	1 (8)	2 (8)	3 (10)	4 (8)	5 (12)	คะแนนรวม (46)
คะแนน						

สูตรการหาอนุพันธ์	สูตรการหาปริพันธ์
1. $\frac{dc}{dx} = 0$ เมื่อ c เป็นค่าคงที่ใดๆ	1. $\int kf(x) dx = k \int f(x) dx$ เมื่อ k เป็นค่าคงที่
2. $\frac{d}{dx} c \cdot f(x) = c \frac{d}{dx} f(x)$ เมื่อ c เป็นค่าคงที่ใดๆ	2. $\int [f(x) \pm g(x)] dx = \int f(x) dx \pm \int g(x) dx$
3. $\frac{d}{dx} (u \pm v) = \frac{du}{dx} \pm \frac{dv}{dx}$	3. $\int 1 du = u + c$
4. $\frac{d}{dx} (u \cdot v) = u \frac{dv}{dx} + v \frac{du}{dx}$	4. $\int u^n du = \frac{u^{n+1}}{n+1} + c$ เมื่อ $n \neq -1$
5. $\frac{d}{dx} \left(\frac{u}{v} \right) = \frac{v \frac{du}{dx} - u \frac{dv}{dx}}{v^2}$; $v \neq 0$	5. $\int \frac{1}{u} du = \ln u + c$ เมื่อ $u > 0$
6. $\frac{d}{dx} \ln u = \frac{1}{u} \frac{du}{dx}$	6. $\int a^u du = \frac{a^u}{\ln a} + c$ เมื่อ $a > 0$ และ $a \neq 1$
7. $\frac{d}{dx} \log_a u = \frac{1}{u \ln a} \frac{du}{dx}$ เมื่อ $a > 0$ และ $a \neq 1$	7. $\int e^u du = e^u + c$
8. $\frac{d}{dx} e^u = e^u \frac{du}{dx}$	8. $\int \sin u du = -\cos u + c$
9. $\frac{d}{dx} u^n = nu^{n-1} \frac{du}{dx}$	9. $\int \cos u du = \sin u + c$
10. $\frac{d}{dx} (\sin u) = \cos u \frac{du}{dx}$	10. $\int \sec^2 u du = \tan u + c$
11. $\frac{d}{dx} (\cos u) = -\sin u \frac{du}{dx}$	11. $\int \csc^2 u du = -\cot u + c$
12. $\frac{d}{dx} (\tan u) = \sec^2 u \frac{du}{dx}$	12. $\int \sec u \tan u du = \sec u + c$
13. $\frac{d}{dx} (\cot u) = -\csc^2 u \frac{du}{dx}$	13. $\int \csc u \cot u du = -\csc u + c$
14. $\frac{d}{dx} (\sec u) = \sec u \tan u \frac{du}{dx}$	14. $\int \tan u du = \ln \sec u + c$
15. $\frac{d}{dx} (\csc u) = -\csc u \cot u \frac{du}{dx}$	15. $\int \cot u du = \ln \sin u + c$
16. $\frac{d}{dx} (\sin^{-1} u) = \frac{1}{\sqrt{1-u^2}} \frac{du}{dx}$	16. $\int \sec u du = \ln \sec u + \tan u + c$
17. $\frac{d}{dx} (\cos^{-1} u) = \frac{-1}{\sqrt{1-u^2}} \frac{du}{dx}$	17. $\int \csc u du = \ln \csc u - \cot u + c$
18. $\frac{d}{dx} (\tan^{-1} u) = \frac{1}{1+u^2} \frac{du}{dx}$	18. $\int \frac{1}{\sqrt{a^2-u^2}} du = \sin^{-1} \frac{u}{a} + c$ เมื่อ $a > 0$
19. $\frac{d}{dx} (\cot^{-1} u) = \frac{-1}{1+u^2} \frac{du}{dx}$	19. $\int \frac{1}{a^2+u^2} du = \frac{1}{a} \tan^{-1} \frac{u}{a} + c$ เมื่อ $a > 0$
20. $\frac{d}{dx} (\sec^{-1} u) = \frac{1}{ u \sqrt{u^2-1}} \frac{du}{dx}$	20. $\int \frac{1}{u\sqrt{u^2-a^2}} du = \frac{1}{a} \sec^{-1} \left \frac{u}{a} \right + c$ เมื่อ $a > 0$
21. $\frac{d}{dx} (\csc^{-1} u) = \frac{-1}{ u \sqrt{u^2-1}} \frac{du}{dx}$	21. $\int \frac{1}{u^2-a^2} du = \frac{1}{2a} \ln \left \frac{u-a}{u+a} \right + c$
	22. $\int \frac{1}{a^2-u^2} du = \frac{1}{2a} \ln \left \frac{a+u}{a-u} \right + c$
	23. $\int \frac{1}{\sqrt{u^2 \pm a^2}} du = \ln (u + \sqrt{u^2 \pm a^2}) + c$
	24. $\int \frac{1}{u\sqrt{a^2 \pm u^2}} du = -\frac{1}{a} \ln \left(\frac{a + \sqrt{a^2 \pm u^2}}{u} \right) + c$
	25. $\int \sqrt{a^2 - u^2} du = \frac{1}{2} u \sqrt{a^2 - u^2} + \frac{1}{2} a^2 \sin^{-1} \left(\frac{u}{a} \right) + c$
	26. $\int \sqrt{u^2 \pm a^2} du = \frac{1}{2} u \sqrt{u^2 \pm a^2} \pm \frac{1}{2} a^2 \ln u + \sqrt{u^2 \pm a^2} + c$

1. (8 คะแนน) จงหาผลเฉลยทั่วไปและผลเฉลยเฉพาะของสมการเชิงอนุพันธ์

$$y' + y^2 \cos(x) = 0, \quad y(0) = 1$$

2. (8 คะแนน) จงหาผลเฉลยทั่วไปของสมการเชิงอนุพันธ์

$$(x^2 + 3y^2)dx - 2xydy = 0$$

3. (10 คะแนน) จงหาผลเฉลยทั่วไปของสมการเชิงอนุพันธ์

$$(y^2 - 5x^4)dx + (2xy + 3y^2)dy = 0$$

4. กำหนดให้สมการเชิงอนุพันธ์

$$(4xy + 3y^2 - x) + (x^2 + 2xy)y' = 0$$

[4.1] (3 คะแนน) จงตรวจสอบว่าสมการข้างต้นเป็นสมการแม่นตรงหรือไม่

[4.2] (5 คะแนน) ถ้าไม่เป็นสมการแม่นตรง จงหาตัวประกอบปริพันธ์ (Integrating factor)

5. (12 คะแนน) จงหาผลเฉลยทั่วไปของสมการเชิงอนุพันธ์

$$x \frac{dy}{dx} + y = \frac{1}{2}xy^3$$

ตอนที่ 2

ข้อ	6 (8)	7 (10)	8 (12)	9 (12)	10 (8)	คะแนนรวม (50)
คะแนน						

6. (8 คะแนน) จงหาแนววิถีเชิงตั้งฉาก (Orthogonal Trajectories) กับวงค์เส้นโค้ง

$$y^2 = C_1 \sin(x)$$

เมื่อ C_1 เป็นค่าคงตัวใด ๆ

7. (10 คะแนน) จงหาผลเฉลยทั่วไปของสมการเชิงอนุพันธ์

$$xy'' - (x + 1)y' + y = 0$$

เมื่อกำหนดให้ $y_1 = e^x$ เป็นผลเฉลยหนึ่งของสมการนี้

8. (12 คะแนน) จงหาผลเฉลยเฉพาะโดยวิธีเทียบสัมประสิทธิ์ (Undetermined Coefficients) ของสมการเชิงอนุพันธ์

$$y'' + 4y = 4x^2 + 10e^{-x}$$

9. (12 คะแนน) จงหาผลเฉลยเฉพาะโดยวิธีการแปรพารามิเตอร์ (Variation of Parameters) ของสมการเชิงอนุพันธ์

$$y'' + 3y' + 2y = e^x$$

10. (8 คะแนน) จงหาผลเฉลยทั่วไปของสมการเชิงอนุพันธ์

$$x^3 y''' - 6y = 0$$