

1. จงพิจารณาสมการเชิงอนุพันธ์ต่อไปนี้ ว่าเป็นสมการเชิงอนุพันธ์สามัญ (ODE) หรือสมการเชิงอนุพันธ์ย่อย (PDE) พร้อมทั้งพิจารณาอันดับ (Order) และระดับชั้น (Degree) ของสมการแต่ละสมการ โดยเขียนคำตอบลงในตารางที่กำหนดให้

ข้อที่	สมการเชิงอนุพันธ์	ODE หรือ PDE	อันดับ	ระดับชั้น
1.1	$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} = x^2 + y^2$			
1.2	$y^4 + (y''')^{\frac{3}{2}} = \cos x$			
1.3	$\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right)^4 + \left(\frac{d^5y}{dx^5}\right)^3 = 2$			

จงพิจารณาสมการเชิงอนุพันธ์สามัญ ว่าเป็นสมการเชิงเส้น (Linear Equation) หรือเป็นสมการแบบไม่เชิงเส้น (Nonlinear Equation) และพิจารณาปัญหา (ซึ่งประกอบด้วย สมการเชิงอนุพันธ์และเงื่อนไข) ที่กำหนดให้ว่าเป็นปัญหาค่าเริ่มต้น (IVP) หรือปัญหาค่าขอบ (BVP) โดยเขียนคำตอบลงในตารางที่กำหนดให้

ข้อที่	สมการเชิงอนุพันธ์	เป็นเชิงเส้น หรือ ไม่เชิงเส้น	IVP หรือ BVP
1.4	$y' = y''(1 - x - y), y(0) = 1, y'(0) = 2$		
1.5	$y' = (x^3 + 2)y + \tan x, y(1) = 2$		
1.6	$y' - 3xy = y^2 + \ln x, y(0) = -1$		
1.7	$y'' + y^2 = \sin x, y(0) = 2, y'(1) = 1$		

2. กำหนดสมการเชิงอนุพันธ์

$$(y')^2 - 5xy = 5x^2 + 1$$

จงตรวจสอบว่า  $y = e^{5x}$  และ  $y = -x$  เป็นผลเฉลยของสมการที่กำหนดให้หรือไม่

3. จงหาผลเฉลยเฉพาะของสมการเชิงอนุพันธ์

$$e^x - yy' = 0, y(0) = 1$$

4. สมการเชิงอนุพันธ์ที่กำหนดให้นี้เป็นสมการแบบแม่นยำ (Exact Equation) หรือไม่ พร้อมทั้งหาผลเฉลยทั่วไป

$$2xydx + (2x^2 - e^y)dy = 0$$

5. จงหาผลเฉลยเฉพาะของสมการเชิงอนุพันธ์

$$y' = 2e^x + y, \quad y(0) = 2$$

6. จงหาวงค์เส้นโค้งแนววิถีเชิงตั้งฉากกับวงค์ของเส้นตรงที่ผ่านจุดกำเนิด

7. จงหาผลเฉลยทั่วไปและผลเฉลยเฉพาะของสมการเชิงอนุพันธ์

$$y'' + 5y' + 4y = 0, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 2$$

8. กำหนดสมการเชิงอนุพันธ์สามัญไม่เอกพันธ์ (Nonhomogeneous Equation)

$$y'' - 4y = g(x)$$

ซึ่งมีผลเฉลยของสมการเชิงอนุพันธ์สามัญเอกพันธ์ (Homogeneous Equation)  $y'' - 4y = 0$  เป็น

$$y_c = c_1 e^{-2x} + c_2 e^{2x}$$

จงหาผลเฉลยทั่วไป  $y = y_c + y_p$  ของ สมการเชิงอนุพันธ์สามัญไม่เอกพันธ์ข้างต้น เมื่อกำหนด  $g(x)$  ดังต่อไปนี้ โดยไม่ต้องหาค่าสัมประสิทธิ์ของ  $y_p$

8.1.  $g(x) = xe^x + \cos 2x$

8.2.  $g(x) = e^{-2x} + x^2$

9. จงหาผลเฉลยทั่วไปของสมการ

$$y'' + y' - 2y = 2e^{2x} + 4$$

โดยวิธีเทียบสัมประสิทธิ์ (undetermined coefficients)