



ข้อสอบปลายภาค ประจำปีภาคต้น ปีการศึกษา 2560
รายวิชา 30222159 - คณิตศาสตร์วิศวกรรม 3
สอบวันที่ 8 ธันวาคม พ.ศ. 2560 เวลา 9.00-12.00 น.

ชื่อ - นามสกุล รหัสประจำตัว

กลุ่ม ลำดับที่

***** ห้ามแกะข้อสอบออกจากกัน *****

คำชี้แจง

1. ข้อสอบมีทั้งหมด 14 หน้า (รวมหน้านี้) 16 ข้อ 90 คะแนน (คิดเป็น 45%)
2. สามารถใช้ได้ทั้งดินสอและปากกาในการทำข้อสอบ
3. ห้ามนำกระดาษ เครื่องคำนวณและสูตรใด ๆ เข้าห้องสอบ
4. ให้เขียน รหัสประจำตัว และลำดับที่ ทุกหน้าของข้อสอบ
5. ถ้ายังไม่ได้ส่งข้อสอบ ห้ามออกจากห้องสอบไม่ว่ากรณีใด ๆ
6. **ส่งทุจริต ติด F ในรายวิชานี้และพักการเรียน 1 ภาคการศึกษา**
ทุจริต ติด F ในรายวิชานี้และพักการเรียน 1 ปีการศึกษา
ให้ผู้อื่นเข้าสอบแทน ติด F ในรายวิชานี้และพักการเรียน 2 ปีการศึกษา

คะแนน (สำหรับอาจารย์)

ข้อ	1 (5)	2 (5)	3 (6)	4 (6)	5 (4)	6 (5)
คะแนน						
ข้อ	7 (5)	8 (7)	9 (5)	10 (7)	11 (7)	12 (5)
คะแนน						
ข้อ	13 (5)	14 (6)	15 (5)	16 (7)		
คะแนน						

กลุ่ม 1 ผศ.ดร.สัททยา รัตนมมงคล

กลุ่ม 2 ผศ.ดร.สินีนานฐ ศรีมงคล

กลุ่ม 3 ผศ.ดร.ดวงกมล ผลเต็ม

กลุ่ม 4 อาจารย์ ดร.อารยา วิวัฒน์วานิช

กลุ่ม 5 อาจารย์ ดร.อภิชาติ เนียมวงษ์

กลุ่ม 6 อาจารย์ ดร.จุฑารัตน์ คงสอน

กลุ่ม 501 อาจารย์ ดร.อภิชาติ เนียมวงษ์

รวม

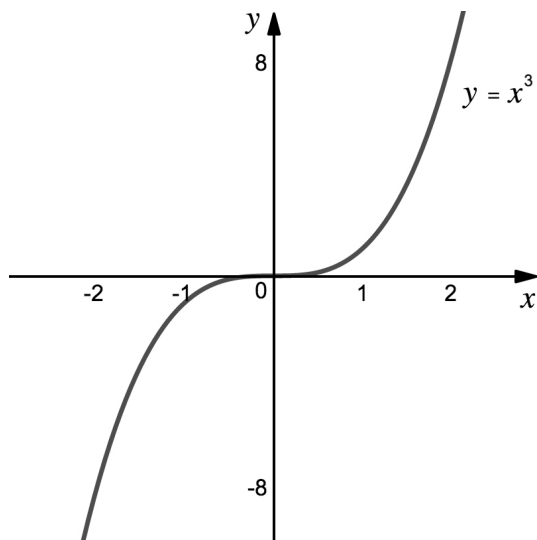
จงแสดงวิธีทำโดยละเอียดทุกข้อ

1. จงหาค่าของ $\int_0^1 \int_0^x \int_0^y xyz \, dz dy dx$

(5 คะแนน)

2. จงหาค่าของ $\int_0^8 \int_{\sqrt[3]{y}}^2 e^{x^4} dx dy$

(5 คะแนน)

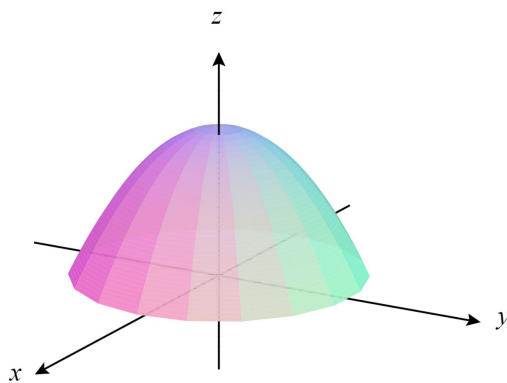


3. จงใช้ปริพันธ์สองชั้นในระบบพิกัดเชิงขั้ว เพื่อหาปริมาตรใต้ผิวโค้ง

$$z = 1 - (x^2 + y^2)$$

บนบริเวณ R ภายในวงกลม $x^2 + y^2 = 1$

(6 คะแนน)



4. จงเขียนปริพันธ์

$$\iiint_G \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} dV$$

เมื่อ G แทนทรงตันภายในทรงกลม $x^2 + y^2 + z^2 = 16$ และอยู่เหนือระนาบ $z = 2$ ในอัฐภาคที่ 1

4.1. ในระบบพิกัดฉาก โดยไม่ต้องอินทิเกรตค่าออกมา (2 คะแนน)

4.2. ในระบบพิกัดทรงกระบอก โดยไม่ต้องอินทิเกรตค่าออกมา (2 คะแนน)

4.3. ในระบบพิกัดทรงกลม โดยไม่ต้องอินทิเกรตค่าออกมา (2 คะแนน)

5. 5.1. จงเขียนสมการของทรงกลม จุดศูนย์กลาง (0, 0, 0) รัศมี 1 หน่วย

$$x^2 + y^2 + z^2 = 1$$

ให้เป็นสมการในระบบพิกัดทรงกลม

(1 คะแนน)

5.2. จงเขียนสมการ

$$z = -\sqrt{x^2 + y^2}$$

ให้เป็นสมการในระบบพิกัดทรงกลม

(1 คะแนน)

5.3. จงเขียนสมการของระนาบ

$$x = y$$

ให้เป็นสมการในระบบพิกัดทรงกระบอก

(1 คะแนน)

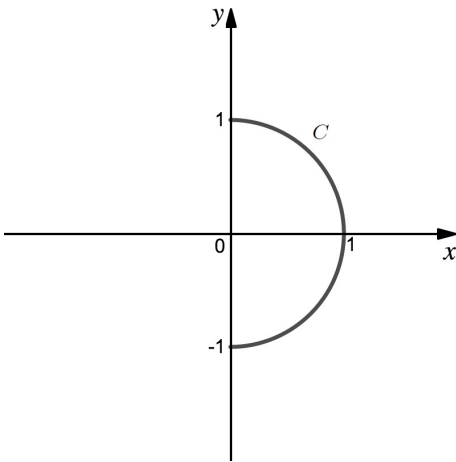
5.4. จงเขียนสมการของทรงกระบอก

$$x^2 + y^2 = 1$$

ให้เป็นสมการในระบบพิกัดทรงกระบอก

(1 คะแนน)

6. กำหนด C เป็นเส้นโค้งครึ่งวงกลม ดังรูป จงหาค่าของ $\int_C ds$ (5 คะแนน)



7. จงพิจารณาสมการเชิงอนุพันธ์ต่อไปนี้ ว่าเป็นสมการเชิงอนุพันธ์สามัญ (ODE) หรือสมการเชิงอนุพันธ์ย่อย (PDE) พร้อมทั้งบอกอันดับ (order) ระดับชั้น (degree) และพิจารณาว่าสมการเป็นแบบเชิงเส้น (linear) หรือแบบไม่เชิงเส้น (nonlinear) แบบเอกพันธ์ (homogeneous) หรือแบบไม่เอกพันธ์ (nonhomogeneous) โดยเขียนคำตอบลงในตารางที่กำหนดให้ (5 คะแนน)

ข้อที่	สมการเชิงอนุพันธ์	ODE/PDE	อันดับ	ระดับชั้น	เชิงเส้น/ไม่เชิงเส้น	homo./nonhomo.
7.1	$2xy + 16y'' = \sin x$					
7.2	$3xy'' + y' + y^2 = 0$					

8. จงหาผลเฉลยเฉพาะของสมการเชิงอนุพันธ์

$$(y + 1) \frac{dy}{dx} - (xy)^2 = x^2(1 + 2y), \quad y(1) = 0$$

(7 คะแนน)

9. จงหาตัวประกอบปริพันธ์ (integrating factor) ที่ทำให้สมการ

$$y(x + y + 1)dx + x(x + 3y + 2)dy = 0$$

เป็นสมการเชิงอนุพันธ์แบบแม่นตรง (exact differential equation)

(5 คะแนน)

10. จงหาผลเฉลยทั่วไปของสมการเชิงอนุพันธ์

$$(2x^3 - xy^2 - 2y + 3)dx + (-x^2y - 2x)dy = 0$$

(7 คะแนน)

11. จงหาผลเฉลยเฉพาะของสมการเชิงอนุพันธ์

$$\frac{dy}{dx} + \frac{2x}{x^2 + 1}y = x, \quad y(0) = 1$$

(7 คะแนน)

12. จงหาวงค์เส้นโค้งแนววิถีตั้งฉาก (orthogonal trajectories) กับวงค์เส้นโค้ง

$$y^2 = cx^3$$

เมื่อ c เป็นค่าคงที่ใด ๆ

(5 คะแนน)

13. กำหนด $y = c_1 \cos x + c_2 \sin x$ เป็นผลเฉลยของสมการเชิงอนุพันธ์ $ay'' + by' + cy = 0$
จงหาค่าของ a, b และ c

(5 คะแนน)

14. จงหาผลเฉลยเฉพาะของสมการเชิงอนุพันธ์

$$y'' + 100y = 0, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 20$$

(6 คะแนน)

15. กำหนดสมการเชิงอนุพันธ์สามัญไม่เอกพันธ์ (nonhomogeneous equation)

$$y'' - 9y = g(x)$$

ซึ่งมีผลเฉลยของสมการเชิงอนุพันธ์สามัญเอกพันธ์ (homogeneous equation) $y'' - 9y = 0$ เป็น

$$y_c = c_1 e^{-3x} + c_2 e^{3x}$$

จงหาผลเฉลยทั่วไป $y = y_c + y_p$ ของ สมการเชิงอนุพันธ์สามัญไม่เอกพันธ์ข้างต้น เมื่อกำหนด $g(x)$ ดังต่อไปนี้ โดยไม่ต้องหาค่าสัมประสิทธิ์ของ y_p (5 คะแนน)

15.1. $g(x) = e^{-3x} + x \sin 3x + 1$

15.2. $g(x) = xe^x + x^2$

16. จงหาผลเฉลยทั่วไป $y = y_c + y_p$ ของสมการเชิงอนุพันธ์

$$y'' - y = e^{2x} + x$$

เมื่อกำหนด $y_c = c_1e^{-x} + c_2e^x$

(7 คะแนน)