



ข้อสอบปลายภาค ประจำปีภาคต้น ปีการศึกษา 2561
รายวิชา 30222159 - คณิตศาสตร์วิศวกรรม 3
สอบวันที่ 4 ธันวาคม พ.ศ. 2561 เวลา 13.00-16.00 น.

ชื่อ - นามสกุล รหัสประจำตัว

กลุ่ม ลำดับที่

***** ห้ามแกะข้อสอบออกจากกัน *****

คำชี้แจง

1. ข้อสอบมีทั้งหมด 15 หน้า (รวมหน้านี้) 18 ข้อ 90 คะแนน (คิดเป็น 45%)
2. สามารถใช้ได้ทั้งดินสอและปากกาในการทำข้อสอบ
3. ห้ามนำกระดาษ เครื่องคำนวณและสูตรใด ๆ เข้าห้องสอบ
4. ให้เขียน รหัสประจำตัว และลำดับที่ ทุกหน้าของข้อสอบ
5. ถ้ายังไม่ได้ส่งข้อสอบ ห้ามออกจากห้องสอบไม่ว่ากรณีใด ๆ
6. **สอบทุจริต ติด F ในรายวิชานี้และพักการเรียน 1 ภาคการศึกษา**
ทุจริต ติด F ในรายวิชานี้และพักการเรียน 1 ปีการศึกษา
ให้ผู้อื่นเข้าสอบแทน ติด F ในรายวิชานี้และพักการเรียน 2 ปีการศึกษา

คะแนน (สำหรับอาจารย์)

ข้อ	1 (5)	2 (5)	3 (5)	4 (5)	5 (7)	6 (5)
คะแนน						
ข้อ	7 (4)	8 (4)	9 (5)	10 (5)	11 (5)	12 (5)
คะแนน						
ข้อ	13 (5)	14 (5)	15 (5)	16 (5)	17 (5)	18 (5)
คะแนน						

กลุ่ม 1 ผศ.ดร.อภิชาติ เนียมวงษ์ กลุ่ม 4 ผศ.ดร.สัททยา รัตนะมงคลกุล
กลุ่ม 2 ผศ.ดร.ดวงกมล ผลเต็ม กลุ่ม 501 อาจารย์ ดร.จุฑารัตน์ คงสอน
กลุ่ม 3 ผศ.ดร.สินีนานฎ ศรีมงคล กลุ่ม 502 ผศ.ดร.สัททยา รัตนะมงคลกุล

รวม

Differentiation

$$\frac{dc}{du} = 0, \quad (c \text{ constant})$$

$$\frac{d}{dx}(u \pm v) = \frac{du}{dx} \pm \frac{dv}{dx}$$

$$\frac{d}{dx}(uv) = u \frac{dv}{dx} + v \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{u}{v} \right) = \frac{v \frac{du}{dx} - u \frac{dv}{dx}}{v^2}$$

$$\frac{du}{dx} = \frac{du}{dy} \cdot \frac{dy}{dx} \quad (\text{Chain Rule})$$

$$\frac{d}{dx} u^n = nu^{n-1} \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx} e^u = e^u \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx} a^u = a^u \ln a \frac{du}{dx}, \quad a \neq 1 \text{ and } a > 0$$

$$\frac{d}{dx} \sin u = \cos u \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx} \cos u = -\sin u \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx} \tan u = \sec^2 u \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx} \cot u = -\csc^2 u \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx} \sec u = \sec u \tan u \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx} \csc u = -\csc u \cot u \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx} \sinh u = \cosh u \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx} \cosh u = \sinh u \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx} \ln u = \frac{1}{u} \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx} \log_a u = \frac{1}{u \ln a} \frac{du}{dx}, \quad a \neq 1 \text{ and } a > 0$$

$$\frac{d}{dx} \arcsin u = \frac{1}{\sqrt{1-u^2}} \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx} \arccos u = -\frac{1}{\sqrt{1-u^2}} \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx} \arctan u = \frac{1}{1+u^2} \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx} \text{arccot } u = -\frac{1}{1+u^2} \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx} \text{arcsec } u = \frac{1}{|u|\sqrt{u^2-1}} \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx} \text{arccsc } u = -\frac{1}{|u|\sqrt{u^2-1}} \frac{du}{dx}$$

Integration

$$\int du = u + c$$

$$\int u dv = uv - \int v du, \quad (\text{by part})$$

$$\int u^n du = \frac{u^{n+1}}{n+1} + c, \quad (n \neq -1)$$

$$\int \frac{1}{u} du = \ln |u| + c$$

$$\int e^u du = e^u + c$$

$$\int a^u du = \frac{1}{\ln a} a^u + c, \quad a \neq 1 \text{ and } a > 0$$

$$\int \sin u du = -\cos u + c$$

$$\int \cos u du = \sin u + c$$

$$\int \sec^2 u du = \tan u + c$$

$$\int \csc^2 u du = -\cot u + c$$

$$\int \sec u \tan u du = \sec u + c$$

$$\int \csc u \cot u du = -\csc u + c$$

$$\int \tan u du = -\ln |\cos u| + c$$

$$\int \cot u du = \ln |\sin u| + c$$

$$\int \sec u du = \ln |\sec u + \tan u| + c$$

$$\int \csc u du = \ln |\csc u - \cot u| + c$$

$$\int \sinh u du = \cosh u + c$$

$$\int \cosh u du = \sinh u + c$$

$$\int \text{sech}^2 u du = \tanh u + c$$

$$\int \text{csch}^2 u du = -\text{coth } u + c$$

$$\int \text{sech } u \tanh u du = -\text{sech } u + c$$

$$\int \text{csch } u \text{coth } u du = -\text{csch } u + c$$

$$\int \frac{du}{u^2 + a^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{u}{a} + c, \quad a > 0$$

$$\int \frac{du}{\sqrt{a^2 - u^2}} = \arcsin \frac{u}{a} + c, \quad a > 0$$

จงแสดงวิธีทำโดยละเอียดทุกข้อ

1. จงหาสมการเส้นตรงแบบอิงตัวแปรเสริมที่ตั้งฉากกับระนาบ

$$3x - 2y + 4z + 20 = 0$$

และผ่านจุด $(2, -1, 3)$

(5 คะแนน)

2. จงหาสมการระนาบที่ผ่านจุด $(1, 0, -1)$ และขนานกับระนาบ $2x + y + z = 5$

(5 คะแนน)

3. จงหาสมการระนาบที่ตั้งฉากกับระนาบ $2x - y + z = 1$ และระนาบ $y + z = 3$ และผ่านจุด $(1, 0, -1)$
(5 คะแนน)

4. จงหาระยะทางระหว่างเส้นตรงที่ผ่านจุด $A(1, 0, -1)$ และ $B(-1, 1, 0)$ กับเส้นตรงที่ผ่านจุด $C(3, 1, -1)$ และ $D(4, 5, -2)$

(5 คะแนน)

5. จงวาดกราฟต่อไปนี้ ในระบบพิกัดฉาก 3 มิติ

5.1. $2y + z = 2$

จุดตัดแกน y คือ.....จุดตัดแกน z คือ.....

(3 คะแนน)

5.2. $2x^2 + y^2 - 2y = 0$

(4 คะแนน)

6. จงจับคู่สมการที่สอดคล้องกับภาพผิวโค้งกำลังสองต่อไปนี้ โดยนำคำตอบ (a) ถึง (e) ไปตอบใต้ภาพ (5 คะแนน)

(a) $x^2 - y^2 + z = 1$

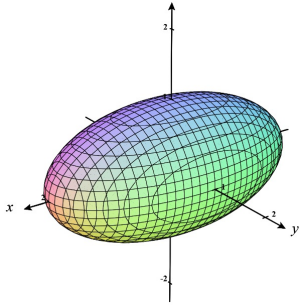
(c) $-x^2 + (y - 1)^2 - z^2 = 1$

(e) $\frac{x^2}{4} + y^2 + z^2 = 1$

(b) $z^2 + y^2 = x^2$

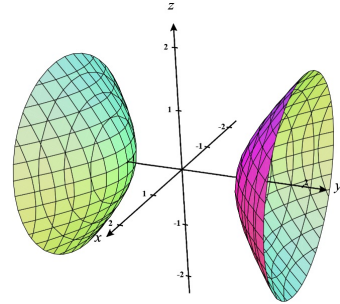
(d) $2x^2 - y^2 + 2z^2 = 1$

6.1



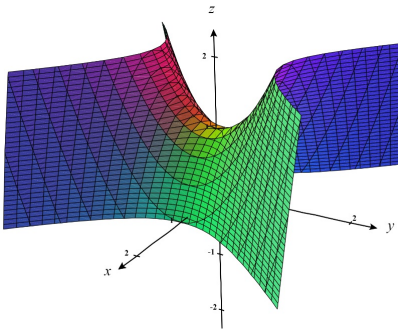
คำตอบ.....

6.2



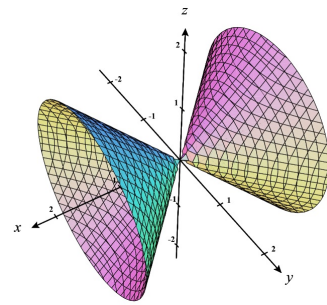
คำตอบ.....

6.3



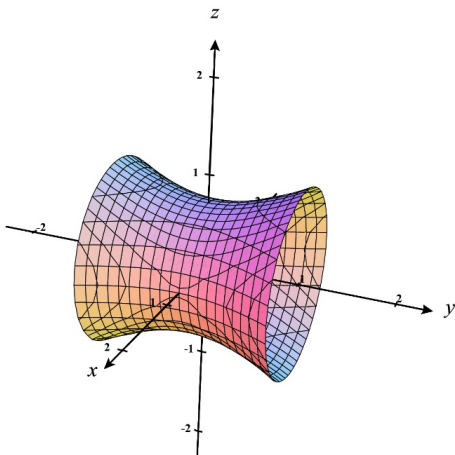
คำตอบ.....

6.4



คำตอบ.....

6.5



คำตอบ.....

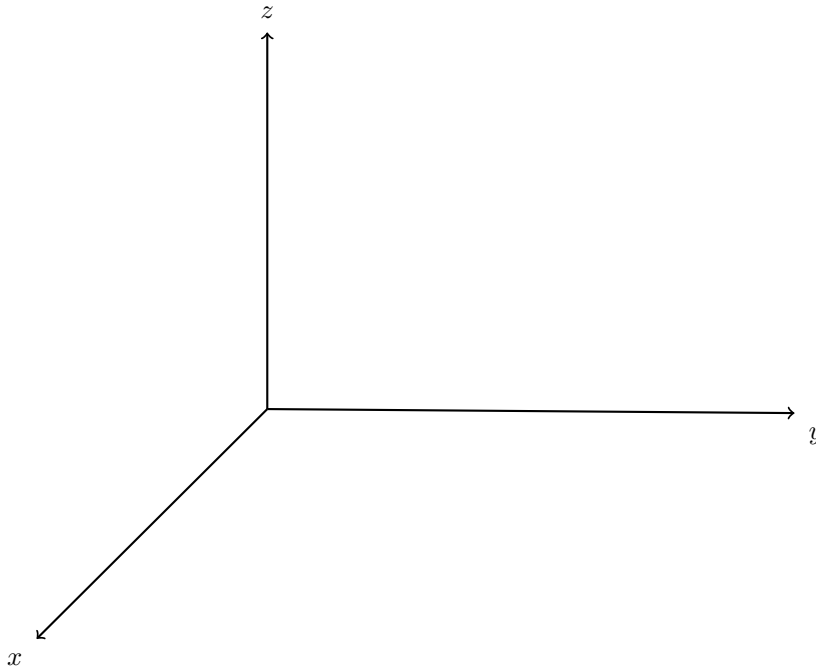
7. กำหนดฟังก์ชันเวกเตอร์ $\vec{r}(t) = \langle 2 - t, 2t, 1 \rangle$

7.1. จงวาดเวกเตอร์ตำแหน่ง $\vec{r}(0)$, $\vec{r}(1)$ และ $\vec{r}(2)$

7.2. จงวาดเส้นโค้ง C ที่กำหนดโดยเวกเตอร์ตำแหน่ง $\vec{r}(t)$ นี้ พร้อมทั้งแสดงทิศทางการเคลื่อนที่ของเส้นโค้ง

โดยวาดลงบนแกนพิกัดที่กำหนดให้

(4 คะแนน)



8. ฟังก์ชันเวกเตอร์

$$\vec{r}(t) = \langle t^3 + 1, \ln t, \pi \rangle$$

ต่อเนื่องที่ $t = 1$ หรือไม่

(4 คะแนน)

9. กำหนดฟังก์ชันเวกเตอร์

$$\vec{r}(t) = \langle t^2, \cos t, \sin 2t \rangle$$

จงหาเวกเตอร์หน่วยสัมผัสเส้นโค้ง ที่ $t = \frac{\pi}{2}$

(5 คะแนน)

10. จงหาความยาวส่วนโค้งที่กำหนดโดย

$$\vec{r}(t) = \langle 2t, t, 1 \rangle$$

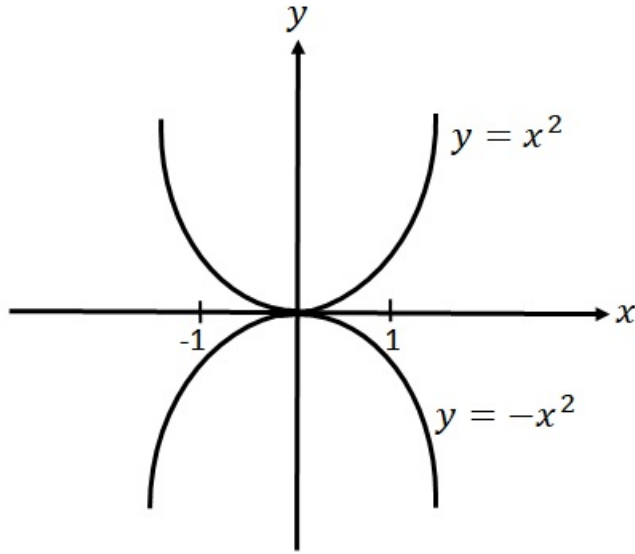
เมื่อ $0 \leq t \leq 1$

(5 คะแนน)

11. กำหนดฟังก์ชันเวกเตอร์ $\vec{r}(0) = \langle 0, -1, 0 \rangle$ และมีเวกเตอร์ความเร็วเป็น $\vec{v}(t) = 6\vec{i} + (\sin t)\vec{j} + 4t\vec{k}$
จงหาเวกเตอร์ตำแหน่ง ณ เวลา t ใด ๆ (5 คะแนน)

12. จงหาค่าของ $\iint_R x dA$

เมื่อ R เป็นบริเวณที่ถูกปิดล้อมด้วยเส้นโค้ง $y = x^2$, $y = -x^2$, $x = -1$ และ $x = 0$ (5 คะแนน)



13. จงหาค่าของ $\int_0^2 \int_{\frac{\pi}{2}}^1 \cos(y^2) dy dx$

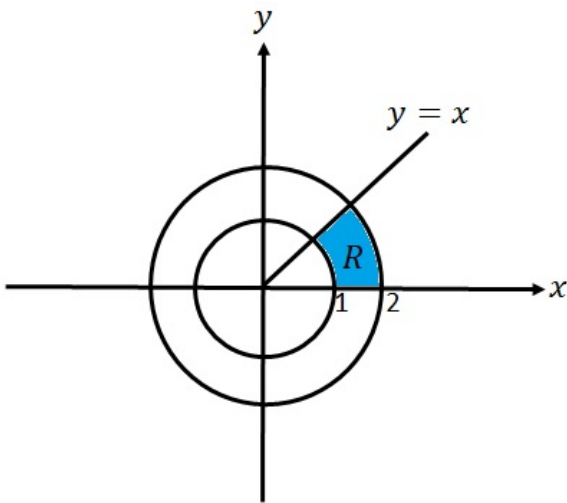
(5 คะแนน)

14. จงหาค่าของ

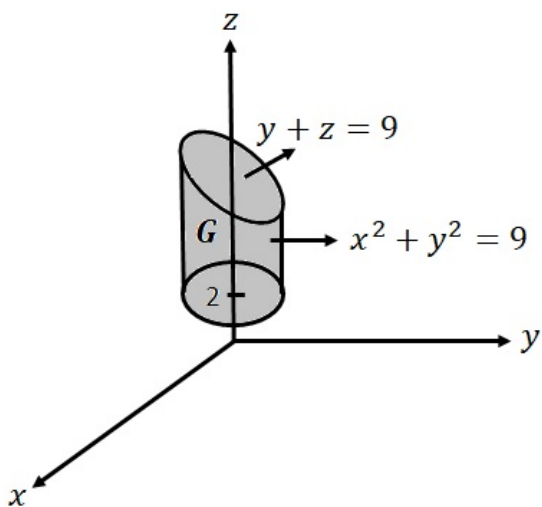
$$\iint_R (x + y) dA$$

ในระบบพิกัดเชิงขั้ว เมื่อ R เป็นบริเวณที่กำหนดดังรูป

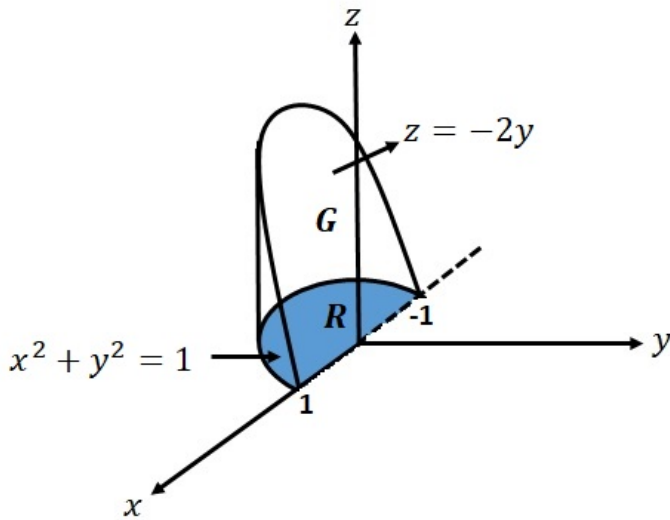
(5 คะแนน)



15. จงใช้ปริพันธ์สามชั้นในระบบพิกัดฉากเพื่อหาปริมาตรทรงตัน G ที่ปิดล้อมด้วย $x^2 + y^2 = 9$ ระนาบ $y + z = 9$ และระนาบ $z = 2$ ในอัฐภาคที่ 1 โดยไม่ต้องอินทิเกรตค่าออกมา (5 คะแนน)



16. จงใช้ปริพันธ์สามชั้นในระบบพิกัดทรงกระบอกเพื่อหาปริมาตรทรงตัน G ที่ปิดล้อมด้วย $x^2 + y^2 = 1$ ระนาบ $z = -2y$ และระนาบ $z = 0$ โดยไม่ต้องอินทิเกรตค่าออกมา (5 คะแนน)



17. จงแปลง

$$\int_0^3 \int_{-\sqrt{9-x^2}}^{\sqrt{9-x^2}} \int_0^{\sqrt{9-x^2-y^2}} \frac{1}{x^2 + y^2 + z^2} dz dy dx$$

- ให้เป็นการอินทิเกรตในระบบพิกัดทรงกลม โดยไม่ต้องอินทิเกรตค่าออกมา (5 คะแนน)

18. จงหา

$$\oint_C ds$$

โดยเริ่มต้นจากจุด P เมื่อ C แทนเส้นโค้งปิด ดังรูป

(5 คะแนน)

