



ข้อสอบปลายภาค ประจำภาคต้น ปีการศึกษา 2556  
วันที่ 1 ตุลาคม 2556

วิชา 302216 Calculus of Several Variables  
เวลา 17.00 - 20.00 น.

ชื่อ ..... รหัสประจำตัว.....กลุ่ม.....ลำดับที่.....

**คำชี้แจง**

1. ข้อสอบมีทั้งหมด 10 หน้า 15 ข้อ คะแนนรวม 82 คะแนน คิดเป็น 45%
2. ให้แสดงวิธีทำโดยละเอียดทุกข้อ
3. ห้ามนำกระดาษ เครื่องคำนวณ และสูตรใดๆเข้าห้องสอบ
4. ไม่อนุญาตให้ใช้โทรศัพท์มือถือ หรืออุปกรณ์สื่อสารใดๆเข้าห้องสอบ
5. ห้ามแกะชุดข้อสอบออกจากกัน
6. ทุจริตในการสอบมีโทษสูงสุดตามระเบียบมหาวิทยาลัย

**อาจารย์ผู้สอน:**

- กลุ่ม 01 ดร.จุฑารัตน์ คงสอน
- กลุ่ม 02 ดร.ดวงกมล ผลเต็ม
- กลุ่ม 03 อ.อารยา วิวัฒน์วานิช
- กลุ่ม 04 รศ. ดร.อำพล ธรรมเจริญ
- กลุ่ม 501 อ.อารยา วิวัฒน์วานิช
- กลุ่ม 502 ดร.ดวงกมล ผลเต็ม

<b>คะแนนรวม</b>

**ช่องใส่คะแนน (สำหรับอาจารย์)**

ข้อ	1	2	3	4	5
คะแนน					
ข้อ	6	7	8	9	10
คะแนน					
ข้อ	11	12	13	14	15
คะแนน					

1. กำหนดฟังก์ชัน

(5 คะแนน)

$$f(x, y) = 4 - x^2 - 4y^2$$

จงเขียนกราฟของเส้นโค้งระดับ  $f(x, y) = k$  เมื่อ  $k = 0, 1, 2, 3, 4$

2. จงหาขีดจำกัด  $\lim_{(x,y) \rightarrow (2,1)} \frac{x^2 - 4y}{x - 2y}$  หรือแสดงว่าไม่มีขีดจำกัด

(6 คะแนน)

3. กำหนดให้

(6 คะแนน)

$$f(x, y) = x^2y - 3xy^2 - 2x$$

จงหา  $f_{xx}(1, -1)$  และ  $f_{xy}(1, -1)$

4. จงใช้ค่าเชิงอนุพันธ์ประมาณค่าของ  $(0.99)^{10} + \sqrt{24}$

(5 คะแนน)

5. กำหนดให้  $w = u^2v - v^2 \ln u$  และ  $u = x \sin y, v = e^{xy}$  (4 คะแนน)  
จงหา  $\frac{\partial w}{\partial x}$

6. กำหนดให้  $x^2y + 3xz^2 = x - y + 5z$  จงหา  $\frac{\partial z}{\partial x}$  (4 คะแนน)

7. จงหาอนุพันธ์ทิศทางของ  $f(x, y) = xy + xe^y$  ที่จุด  $(1, 0)$   
ในทิศทางของเวกเตอร์  $\vec{a} = 4\vec{i} - 3\vec{j}$  (6 คะแนน)

8. จงหาสมการเส้นตั้งฉากและสมการระนาบสัมผัสของผิวโค้ง

$$z - x^2 - y^2 = 0$$

ที่จุด  $(1, 0, 0)$

(6 คะแนน)

9. จงหาค่าสูงสุด ค่าต่ำสุด หรือจุดอานม้า (ถ้ามี) ของฟังก์ชัน (7 คะแนน)

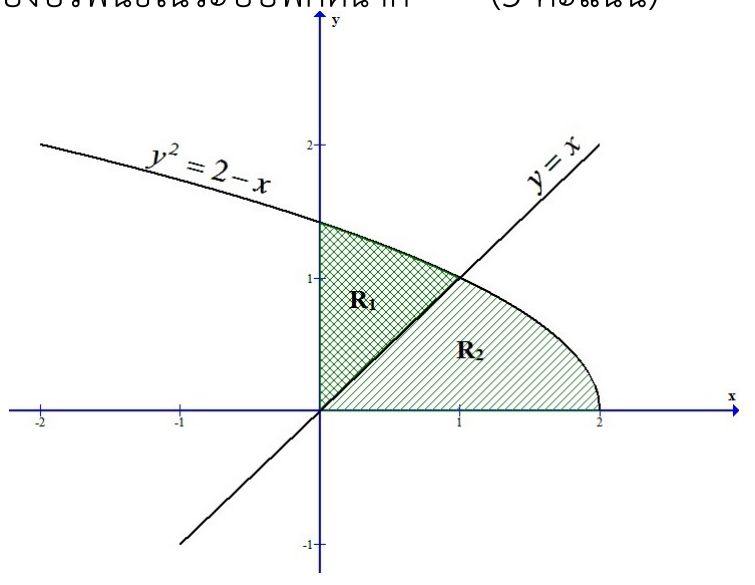
$$f(x, y) = 3x^2 - 6xy + y^3$$

10. จากภาพที่กำหนดให้ จงเขียนขีดจำกัดของปริพันธ์ในระบบพิกัดฉาก (5 คะแนน)

(ให้เลือกทำข้อ ก หรือ ข เพียง 1 ข้อ)

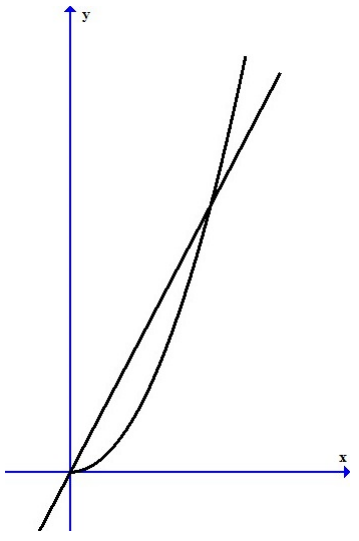
ก.  $\iint_{R_1} f(x, y) dA$

ข.  $\iint_{R_2} f(x, y) dA$



11. จงหาค่าของ  $I = \int_0^4 \int_{\frac{y}{2}}^{\sqrt{y}} \frac{1}{x(2-x)} dx dy$  โดยการเปลี่ยนลำดับการอินทิเกรต

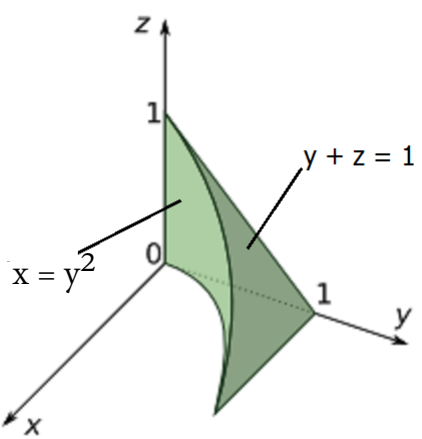
(5 คะแนน)



12. จงแปลงเป็นระบบพิกัดเชิงขั้ว และหาปริพันธ์ (6 คะแนน)

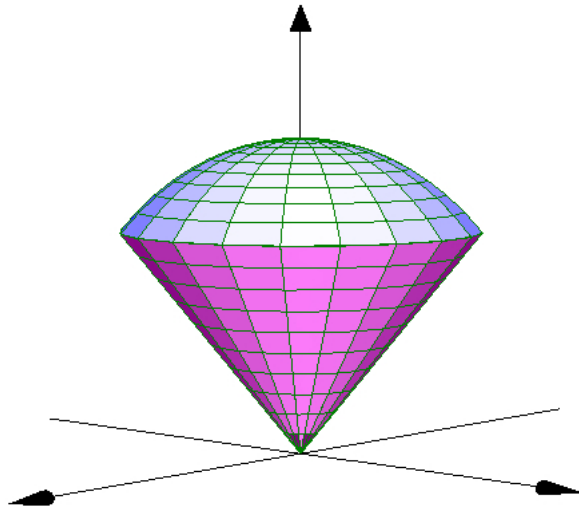
$$I = \int_0^{\sqrt{2}} \int_x^{\sqrt{4-x^2}} y \, dy \, dx$$

13. จงใช้ปริพันธ์สามชั้นเพื่อหาปริมาตรของรูปทรงดังภาพ โดยไม่ต้องอินทิเกรต (4 คะแนน)





14. จงหาขีดจำกัดของปริพันธ์  $\iiint_D z \, dV$  เมื่อ  $D$  เป็นบริเวณในส่วนตัดของ  
ทรงกลม  $x^2 + y^2 + z^2 = 4$  กับกรวย  $x^2 + y^2 = z^2$



14.1 ในระบบพิกัดทรงกระบอก

(4 คะแนน)

14.2 ในระบบพิกัดทรงกลม

(4 คะแนน)

15. จงหาปริพันธ์บนเส้น  $\int_C \sqrt{x^2 + y^2} ds$  เมื่อ  $C$  คือเส้นโค้งที่กำหนดโดย

$$\vec{r}(t) = 4 \cos t \vec{i} + 4 \sin t \vec{j} + 3t \vec{k}, \quad -2\pi \leq t \leq 2\pi$$