



ข้อสอบปลายภาค ประจำปีภาคต้น ปีการศึกษา 2558
รายวิชา 302221 - แคลคูลัส 3
สอบวันที่ 16 ธันวาคม พ.ศ.2558 เวลา 9.00-12.00 น.

ชื่อ - นามสกุล รหัสประจำตัว

คณะ กลุ่ม ลำดับที่

***** ห้ามแกะข้อสอบออกจากกัน *****

ส่วนที่ 1

คำชี้แจง

- ข้อสอบมีทั้งหมด 14 หน้า (รวมหน้านี้) 19 ข้อ 100 คะแนน (คิดเป็น 50%)
 - ส่วนที่ 1 หน้าที่ 1-6 ข้อสอบมีทั้งหมด 10 ข้อ รวม 48 คะแนน
 - ส่วนที่ 2 หน้าที่ 7-14 ข้อสอบมีทั้งหมด 9 ข้อ รวม 52 คะแนน
- สามารถใช้ได้ทั้งดินสอและปากกาในการทำข้อสอบ
- ห้ามนำกระดาษ เครื่องคำนวณและสูตรใด ๆ เข้าห้องสอบ
- ให้เขียน รหัสประจำตัว และลำดับที่ ทุกหน้าของข้อสอบ
- ถ้ายังไม่ได้ส่งข้อสอบ ห้ามออกจากห้องสอบไม่ว่ากรณีใดๆ
- ทุจริตมีโทษสูงสุดตามระเบียบมหาวิทยาลัย

ข้อ	1 (3)	2 (5)	3 (5)	4 (5)	5 (5)	รวมส่วนที่ 1 (48)
คะแนน						
ข้อ	6 (5)	7 (5)	8 (5)	9 (5)	10 (5)	รวม (100)
คะแนน						

กลุ่ม 1/301 ผศ. ดร.สินีนานา ศรีมงคล

กลุ่ม 2 ผศ. ดร.ดวงกมล ผลเต็ม

จงแสดงวิธีทำโดยละเอียดทุกข้อ

1. จงเขียนเส้นโค้งระดับ $f(x, y) = c$ ที่ $c = -1, 0, 1$ ของสมการผิวโค้ง

$$f(x, y) = x - y^2$$

(3 คะแนน)

2. จงแสดงว่า

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy \cos y}{3x^2 + y^2}$$

ไม่มีค่า

(5 คะแนน)

3. กำหนด

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x-y}{x^2-y^2}, & (x, y) \neq (1, 1); \\ 0, & (x, y) = (1, 1). \end{cases}$$

จงหาว่า $f(x, y)$ เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่จุด $(1, 1)$ หรือไม่

(5 คะแนน)

4. จงประมาณค่าของ $\sqrt{\cos(0.1) + 2.99}$

(5 คะแนน)

5. กล่องมีฝาปิด กว้าง 80 เซนติเมตร ยาว 60 เซนติเมตร และสูง 50 เซนติเมตร ถูกวัดขนาดด้านกว้าง ผิดไปไม่เกิน 0.2 เซนติเมตร และวัดความยาวและความสูงผิดไปด้านละไม่เกิน 0.1 เซนติเมตร จงใช้ค่าเชิงอนุพันธ์ประมาณค่าความคลาดเคลื่อนที่มากที่สุดของพื้นที่ผิวของกล่องนี้ (5 คะแนน)

6. จงหาอนุพันธ์ย่อย $f_x(x, y)$ และ $f_y(1, 0)$ ของฟังก์ชัน

$$f(x, y) = x^3 e^{\sin(x^2 y)}$$

(5 คะแนน)

7. กำหนดให้ $z = e^x \ln y$ เมื่อ $x = \sqrt{uv}$ และ $y = u^2$

จงหา $\frac{\partial z}{\partial u}$ และ $\frac{\partial z}{\partial v}$

(5 คะแนน)

8. กำหนดให้ $\sqrt{x} \sin(xyz) = 1$ จงหา $\frac{\partial z}{\partial y}$

(5 คะแนน)

9. กำหนด $x^3 + y^2 + z^2 - w = 0$ และ $z = x^2 + y^2$ จงหา $\left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)_x$ (5 คะแนน)

10. กำหนดให้ $f(x, y, z) = e^{x^2+2xy}$ จงหาอนุพันธ์ทิศทางของ f ที่จุด $P(2, 1)$ ในทิศทางจากจุด P ไปยังจุด $Q(-2, 2)$ (5 คะแนน)



ข้อสอบปลายภาค ประจำภาคต้น ปีการศึกษา 2558
 รายวิชา 302221 - แคลคูลัส 3
 สอบวันที่ 16 ธันวาคม พ.ศ.2558 เวลา 9.00-12.00 น.

ชื่อ - นามสกุล รหัสประจำตัว

คณะ กลุ่ม ลำดับที่

***** ห้ามแกะข้อสอบออกจากกัน *****

ส่วนที่ 2

คะแนน (สำหรับอาจารย์)

ข้อ	11 (5)	12 (7)	13 (5)	14 (5)	15 (7)	รวมส่วนที่ 2 (52)
คะแนน						
ข้อ	16 (5)	17 (10)	18 (5)	19 (5)	รวม (100)	
คะแนน						

กลุ่ม 1/301 ผศ. ดร.สินีนานฎ ศรีมงคล

กลุ่ม 2 ผศ. ดร.ดวงกมล ผลเต็ม

11. จงหาสมการระนาบสัมผัส (Tangent Plane) เส้นโค้ง

$$z^2 + 2xe^y = 1$$

ที่จุด $(1, 0, 2)$

(5 คะแนน)

12. จงหาค่าสูงสุด ค่าต่ำสุด และจุดอานม้า (ถ้ามี) ของฟังก์ชัน

$$f(x, y) = 2x^3 + xy^2 + 5x^2 + y^2 + 1$$

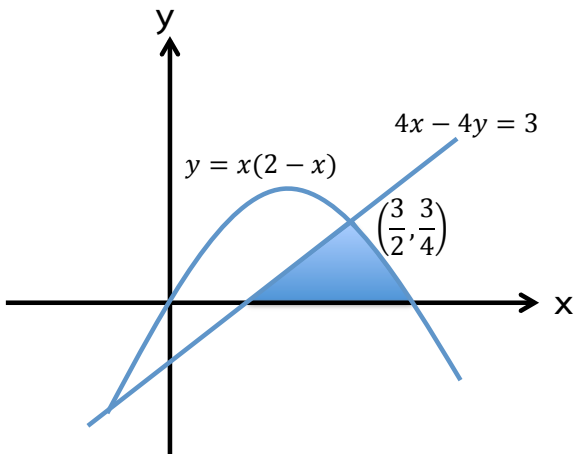
(7 คะแนน)

13. จงหาค่าของ $\int_{-1}^1 \int_0^{\sqrt{y}} 2xe^{x^2} dx dy$

(5 คะแนน)

14. จงหาขอบเขตของการอินทิเกรต $\iint_R f(x, y) dA$ เมื่อ R คือบริเวณแรเงา ดังรูป โดยไม่ต้องอินทิเกรตค่าออกมา

(5 คะแนน)

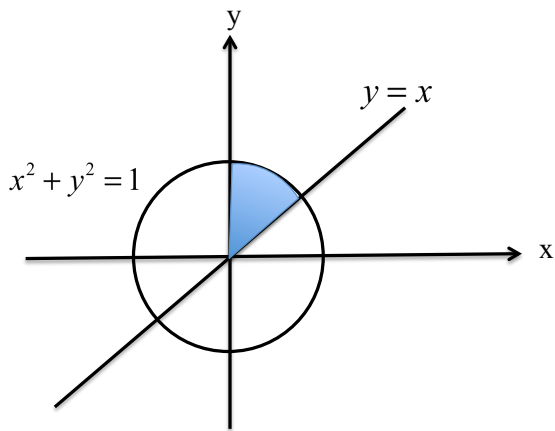


15. จงหาค่าของ $\iint_R \frac{y}{x} dA$ ในระบบพิกัดเชิงขั้ว เมื่อ R คือบริเวณที่ปิดล้อมด้วยวงกลม $x^2 + y^2 = 1$

เส้นตรง $y = x$ และแกน y ในจุดภาคที่ 1 ดังรูป

โดยไม่ต้องอินทิเกรตค่าออกมา

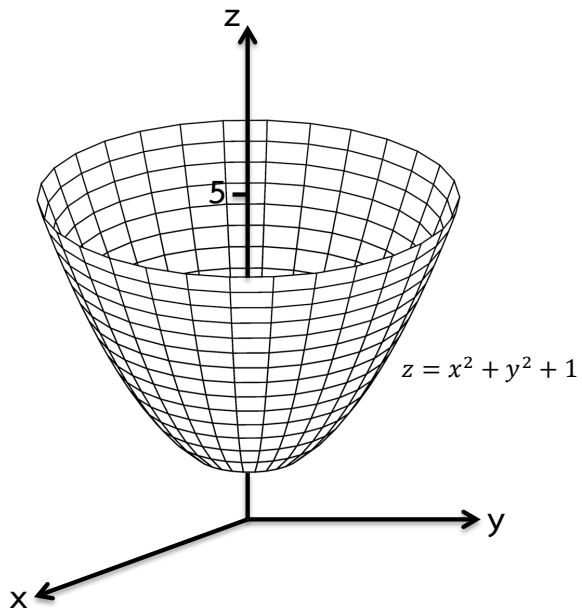
(5 คะแนน)



16. จงหาค่าของ $\int_{-1}^1 \int_{-\sqrt{1-y^2}}^0 \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}} dx dy$ โดยการแปลงเป็นพิกัดเชิงขั้ว

(5 คะแนน)

17. กำหนดทรงตัน G ปิดล้อมด้วยพาราโบลอยด์ $z = x^2 + y^2 + 1$ และระนาบ $z = 5$ ดังรูป



จงใช้ปริพันธ์สามชั้นเพื่อหาปริมาตรทรงตัน G โดยไม่ต้องอินทิเกรตค่าออกมา

17.1 ในระบบพิกัดฉาก

(5 คะแนน)

17.2 ในระบบพิกัดทรงกระบอก

(5 คะแนน)

18. จงหา

$$\iiint_G \frac{1}{x^2 + y^2} dV$$

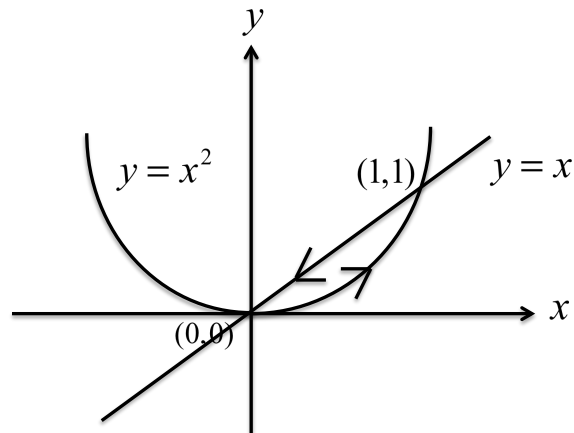
เมื่อ G เป็นครึ่งบนของทรงกลม $x^2 + y^2 + z^2 = 9$

(5 คะแนน)

19. จงหา

$$\oint_C \frac{1}{\sqrt{1+4y}} ds$$

เมื่อ C แทนเส้นโค้งปิดดังรูป



คำแนะนำ กำหนดเส้นโค้งพาราโบลา แทนด้วย

$$x(t) = t, \quad y(t) = t^2, \quad 0 \leq t \leq 1$$

(5 คะแนน)