



ข้อสอบกลางภาค ประจำปีภาคต้น ปีการศึกษา 2559
รายวิชา 302216 - แคลคูลัสของฟังก์ชันหลายตัวแปร
สอบวันที่ 6 ตุลาคม พ.ศ. 2559 เวลา 17.00-20.00 น.

ชื่อ - นามสกุล รหัสประจำตัว

คณะ กลุ่ม ลำดับที่

***** ห้ามแกะข้อสอบออกจากกัน *****

คำชี้แจง

1. ข้อสอบมีทั้งหมด 13 หน้า (รวมหน้านี้) 21 ข้อ 100 คะแนน (คิดเป็น 50%)
2. สามารถใช้ได้ทั้งดินสอและปากกาในการทำข้อสอบ
3. ห้ามนำกระดาษ เครื่องคำนวณและสูตรใด ๆ เข้าห้องสอบ
4. ให้เขียน รหัสประจำตัว และลำดับที่ ทุกหน้าของข้อสอบ
5. ถ้ายังไม่ได้ส่งข้อสอบ ห้ามออกจากห้องสอบไม่ว่ากรณีใด ๆ
6. **สอบทุจริต ติด F ในรายวิชานี้และพักการเรียน 1 ภาคการศึกษา**
สอบทุจริต ติด F ในรายวิชานี้และพักการเรียน 1 ปีการศึกษา

คะแนน (สำหรับอาจารย์)

ข้อ	1 (3)	2 (4)	3 (4)	4 (5)	5 (5)	6 (5)	7 (4)
คะแนน							
ข้อ	8 (5)	9 (3)	10 (7)	11 (6)	12 (5)	13 (4)	14 (5)
คะแนน							
ข้อ	15 (6)	16 (6)	17 (4)	18 (4)	19 (4)	20 (5)	21 (6)
คะแนน							

กลุ่ม 1 ผศ. ดร.สัททยา รัตนะมงคลกุล

กลุ่ม 2 ผศ. ดร.สินีนานู ศรีมงคล

กลุ่ม 3 อาจารย์ ดร.อภิชาติ เนียมวงษ์

กลุ่ม 4 ผศ. ดร.ดวงกมล ผลเต็ม

กลุ่ม 5 อาจารย์ ดร.อารยา วิวัฒน์วานิช

กลุ่ม 501 อาจารย์ ดร.จุฑารัตน์ คงสอน

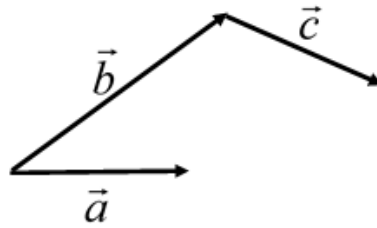
กลุ่ม 502 อาจารย์ ดร.อภิชาติ เนียมวงษ์

รวม

จงแสดงวิธีทำโดยละเอียดทุกข้อ

1. กำหนดให้ \vec{a} , \vec{b} และ \vec{c} เป็นเวกเตอร์แสดงดังภาพ

(3 คะแนน)

จงเขียนภาพเวกเตอร์ $\vec{a} - \vec{b} + 2\vec{c}$ 2. ถ้า $\vec{a} = \langle 2, 2, 3 \rangle$, $\vec{b} = \langle -1, 2, 1 \rangle$ และ $\vec{c} = \langle 3, 1, 0 \rangle$ แล้ว $\vec{a} + k\vec{b}$ ตั้งฉากกับ \vec{c} จงหาค่า k

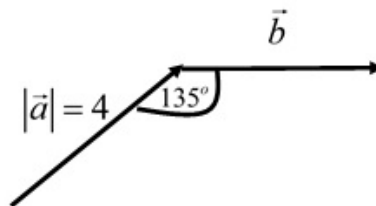
(4 คะแนน)

3. ให้ $\vec{a} = \vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$, $\vec{b} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$ และ $\vec{c} = 3\vec{i} - 2\vec{j} + 4\vec{k}$

จงหาเวกเตอร์หน่วยของ $\vec{a} - \vec{b} + 2\vec{c}$

(4 คะแนน)

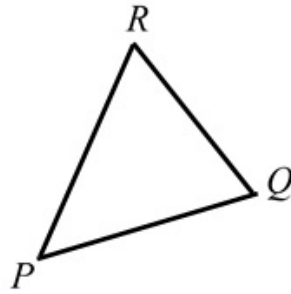
4. กำหนด \vec{a} และ \vec{b} แสดงดังภาพ



จงหาภาพฉายสเกลาร์ (component vector) ของ \vec{a} บน \vec{b}

(5 คะแนน)

5. จงหาพื้นที่รูปสามเหลี่ยมที่มีจุด $P(1, 0, 1)$, $Q(-1, 1, 0)$ และ $R(1, 2, 3)$ เป็นจุดมุม ดังรูป
(5 คะแนน)



6. จงหาสมการแบบสมมาตรของเส้นตรงที่ผ่านจุดกำเนิด และขนานกับเส้นตรง

$$x = 1 + t, \quad y = -3t, \quad z = 4 - 2t, \quad t \in \mathbb{R}$$

(5 คะแนน)

7. จงพิจารณาว่าจุด $(-1, -1, 2)$ อยู่บนเส้นตรง

$$x = -2 - t, \quad y = 6 + t, \quad 2z = -4t, \quad t \in \mathbb{R}$$

หรือไม่ เพราะเหตุใด

(4 คะแนน)

8. จงหาสมการระนาบที่มีเส้นตรง

$$\frac{x-1}{2} = y+2 = \frac{z}{4}$$

อยู่บนระนาบ และขนานกับระนาบ $4x - y + z = 8$

(5 คะแนน)

9. จงหาระยะทางระหว่างจุด $(1, -1, 4)$ ไปยังระนาบ $x - y + \frac{z}{2} = 1$ (3 คะแนน)

10. กำหนดระนาบ

$$P_1 : x + 2y - z = 5$$

$$P_2 : 2x - y + z = 1$$

10.1 จงแสดงว่าระนาบ P_1 และ P_2 ไม่ขนานกัน (2 คะแนน)

10.2 จงหาสมการอิงตัวแปรเสริมของเส้นตรงที่เป็นรอยตัดของระนาบ P_1 และ P_2 เมื่อระนาบทั้งสองตัดกันที่จุด $(0, 6, 7)$ (5 คะแนน)

11. จงหาระนาบที่ผ่านจุด $(0, 1, 2)$ และตั้งฉากกับระนาบ $x - y + 2z = 1$ และ $x - z = 2$
(6 คะแนน)

12. ให้จุด $(1, -2, 4)$ เป็นจุดภาพฉายของจุด $(1, 3, 4)$ บนระนาบ $Ax + By + Cz = D$ จงหาสมการแบบ
สมมาตรของเส้นตรงที่ตั้งฉากกับระนาบนี้ และหาสมการระนาบ
(5 คะแนน)

13. จงเขียนกราฟ

$$x^2 + (z - 1)^2 = 1$$

ในระบบพิกัดฉาก 3 มิติ

(4 คะแนน)

14. จงเขียนกราฟ

$$y^2 + z^2 = x$$

ในระบบพิกัดฉาก 3 มิติ

(5 คะแนน)

15. จงเขียนกราฟ

$$x^2 - y^2 + z^2 - 4z + 4 = 0$$

ในระบบพิกัดฉาก 3 มิติ

(6 คะแนน)

16. จงจับคู่สมการที่สอดคล้องกับภาพผิวโค้งกำลังสองต่อไปนี้ โดยนำคำตอบ (a) ถึง (h) ไปตอบใต้ภาพ (6 คะแนน)

(a) $x^2 = y - 1$

(b) $x^2 - y^2 + z^2 - 1 = 0$

(c) $x = -y^2 + z^2$

(d) $x^2 + y^2 + \frac{z^2}{4} = 1$

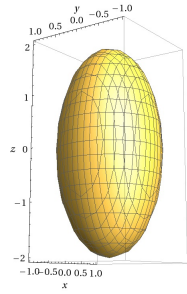
(e) $x = 2 + y$

(f) $-x^2 + y^2 - z^2 = 1$

(g) $y = x^2 + z^2 + 2$

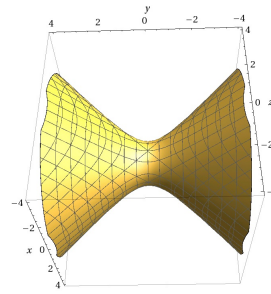
(h) $x^2 - y^2 + z^2 = 0$

16.1



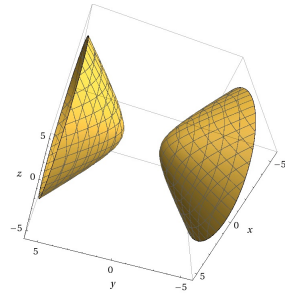
คำตอบ.....

16.2



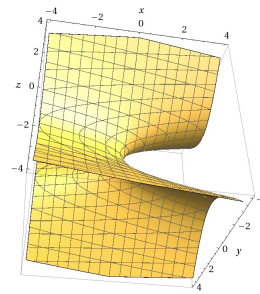
คำตอบ.....

16.3



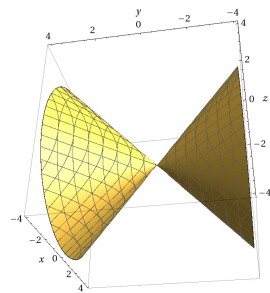
คำตอบ.....

16.4



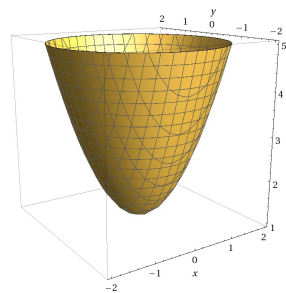
คำตอบ.....

16.5



คำตอบ.....

16.6



คำตอบ.....

17. กำหนดฟังก์ชันเวกเตอร์

$$\vec{r}(t) = \langle t, t^2, t - 1 \rangle$$

จงวาดเส้นโค้งที่กำหนดโดย $\vec{r}(t)$ โดยใช้จุดอย่างน้อย 3 จุด พร้อมทั้งแสดงทิศทางการเคลื่อนที่ของเส้นโค้ง

(4 คะแนน)

18. กำหนดฟังก์ชันเวกเตอร์

$$\vec{r}(t) = \cos t \vec{i} + \sin t \vec{j} + t \vec{k}$$

ให้จุด P เป็นจุดปลายของ $\vec{r}(0)$ และจุด Q เป็นจุดปลายของ $\vec{r}\left(\frac{\pi}{2}\right)$

จงหาระยะห่างระหว่างจุด P และ Q

(4 คะแนน)

19. กำหนดฟังก์ชันเวกเตอร์

$$\vec{r}(t) = e^{-t}\vec{i} + \sin t\vec{j} + \frac{2}{t+1}\vec{k}$$

จงตรวจสอบว่า $\vec{r}(t)$ ต่อเนื่องที่ $t = 0$ หรือไม่

(4 คะแนน)

20. กำหนดฟังก์ชันเวกเตอร์

$$\vec{r}(t) = (1 + 3t)\vec{i} + (1 - 2t)\vec{j} + 6t\vec{k}$$

จงหาความยาวส่วนโค้งที่กำหนดโดย $\vec{r}(t)$ เมื่อ $-1 \leq t \leq 1$

(5 คะแนน)

21. กำหนดเวกเตอร์หน่วยสัมผัส

$$\vec{T}(t) = -3 \cos t \vec{i} + 3 \sin t \vec{j} + \vec{k}$$

จงหาเวกเตอร์หน่วยฉากคู่ ($\vec{B}(t)$)

(6 คะแนน)