



การปรับปรุงวิธีการแปลงเชิงอนุพันธ์โดยวิธีการแปลงลาปลาซ

เพื่อหาผลเฉลยของสมการเชิงอนุพันธ์

IMPROVING DIFFERENTIAL TRANSFORM METHOD BY USING LAPLACE
TRANSFORM METHOD TO SOLVE DIFFERENTIAL EQUATIONS

ดวงกมล ผลเต็ม
60030000

ปัญหาพิเศษนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรวิทยาศาสตรบัณฑิต
สาขาวิชาคณิตศาสตร์ ปีการศึกษา 2563
ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์
มหาวิทยาลัยบูรพา

การปรับปรุงวิธีการแปลงเชิงอนุพันธ์โดยวิธีการแปลงลาปลาซเพื่อหาผลเฉลยของสมการเชิงอนุพันธ์
IMPROVING DIFFERENTIAL TRANSFORM METHOD BY USING LAPLACE TRANSFORM
METHOD TO SOLVE DIFFERENTIAL EQUATIONS

ชื่อ: นางสาวดวงกมล ผลเต็ม

รหัสประจำตัว: 60030000

อาจารย์ที่ปรึกษา: ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.อภิชาติ เนียมวงษ์

ปัญหาพิเศษนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรวิทยาศาสตรบัณฑิต
สาขาวิชาคณิตศาสตร์ ปีการศึกษา 2562

คณะกรรมการสอบปัญหาพิเศษ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อภิสิทธิ์ ภาคพงศ์พันธุ์)
กรรมการ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.อารยา วิวัฒน์วานิช)
กรรมการ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.อภิชาติ เนียมวงษ์)
อาจารย์ที่ปรึกษา

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.อภิชาติ เนียมวงษ์)
หัวหน้าภาควิชาคณิตศาสตร์

วันที่ 25 เดือนตุลาคม พ.ศ.2563

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.อภิชาติ เนียมวงษ์)
ประธานหลักสูตรวิทยาศาสตรบัณฑิต
สาขาวิชาคณิตศาสตร์

วันที่ 25 เดือนตุลาคม พ.ศ.2563

600300000: สาขาวิชา: คณิตศาสตร์ ; วท.บ.(คณิตศาสตร์)
คำสำคัญ: การแปลงเชิงอนุพันธ์, การแปลงลาปลาซ, สมการเชิงอนุพันธ์
ดวงกมล ผลเต็ม: การปรับปรุงวิธีการแปลงเชิงอนุพันธ์โดยวิธีการแปลงลาปลาซ
เพื่อหาผลเฉลยของสมการเชิงอนุพันธ์
อาจารย์ที่ปรึกษา: ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.อภิชาติ เนียมวงษ์, 10 หน้า, ปีการศึกษา 2563

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้นำเสนอการปรับปรุงวิธีการแปลงเชิงอนุพันธ์ โดยใช้วิธีการแปลงลาปลาซ งานวิจัย
นี้นำเสนอการปรับปรุงวิธีการแปลงเชิงอนุพันธ์โดยใช้วิธีการแปลงลาปลาซ เพื่อหาผลเฉลยของสมการ
เชิงอนุพันธ์ ที่เป็นแบบจำลองของการพาความร้อน และระบบขับเคลื่อนแมกนีโทไฮโดรไดนามิกในทรง
กลมที่มีการหมุนของของไหลที่บีบอัดได้ เพื่อนำไปศึกษาปัญหาของสนามแม่เหล็กโลก การคำนวณ
ตัวเลขเหล่านี้เราจะทำในระบบพีคัดคาร์ที่เขียนโดยใช้ไพทอนดีฟเฟอเรนซ์อันดับสูง

57030000: MAJOR: MATHEMATICS ; B.Sc. (MATHEMATICS)
KEYWORDS: DIFFERENTIAL TRANSFORM METHOD, LAPLACE TRANSFORM METHOD,
DIFFERENTIAL EQUATIONS
DUANGKAMOL POLTEM: IMPROVING DIFFERENTIAL TRANSFORM
METHOD BY USING LAPLACE TRANSFORM METHOD TO SOLVE
DIFFERENTIAL EQUATIONS
ADVISOR: ASSISTANT PROFESSOR DR.APICHAT NEAMVONK, 10 PAGES, ACADEMIC
YEAR 2020

ABSTRACT

In this research, we propose a modification of differential transform method based on Laplace transform method to solve differential equations which is a problem of magnetic field generation in the geodynamo. Numerical studies of convection and magnetohydrodynamic (MHD) dynamo action in a rotating spherical shell of compressible fluid are carried out.

กิตติกรรมประกาศ

ขอขอบคุณ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.อภิชาติ เนียมวงษ์ อาจารย์ที่ปรึกษา ซึ่งกรุณาสละเวลาให้ความรู้ และคำแนะนำตลอดการทำปัญหาพิเศษ และ ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ที่เอื้อเฟื้อสถานที่วัสดุอุปกรณ์ต่าง ๆ สำหรับทำปัญหาพิเศษ

ท้ายที่สุด ขอกราบขอบพระคุณ คุณพ่อและคุณแม่ผู้เป็นที่รัก ผู้ให้กำลังใจและให้โอกาสการศึกษาอันมีค่ายิ่ง

ดวงกมล ผลเต็ม

ตุลาคม 2563

คำนำ

ปัญหาพิเศษฉบับนี้ ศึกษาวิธีการหาผลเฉลยสมการเชิงอนุพันธ์ย่อย โดยนำเสนอการ ปรับปรุงวิธีการแปลงเชิงอนุพันธ์โดยวิธีการแปลงลาปลาซ ซึ่งเป็นการใช้การแปลงลาปลาซร่วมกับวิธีการ แปลงเชิงอนุพันธ์ 1 มิติ ในการหาผลเฉลยสมการเชิงอนุพันธ์ย่อย 1 มิติ 2 ตัวแปร ผู้จัดทำหวังเป็นอย่างยิ่งว่าเนื้อหาในปัญหาพิเศษฉบับนี้จะเป็นประโยชน์ต่อนิสิตหรือผู้ที่สนใจ ในการศึกษาค้นคว้าเพิ่มเติมต่อไป สุดท้ายนี้ถ้าปัญหาพิเศษฉบับนี้ผิดพลาดหรือขาดตกบกพร่องประการใด ขออภัยไว้ ณ ที่นี้ด้วย

ดวงกมล ผลเต็ม

ตุลาคม 2563

สารบัญ

หน้า

คำนำ

สารบัญ

i

บทที่ 1 บทนำ

1

ที่มาและความสำคัญของปัญหา

1

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1

ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1

บทที่ 2 ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2

ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

3

บทที่ 3 วิธีการดำเนินงานวิจัย

4

หัวข้อที่ 1

4

หัวข้อที่ 2

5

บทที่ 4 ผลการวิจัย

6

บทที่ 5 สรุปผลการวิจัย

7

ภาคผนวก

8

บรรณานุกรม

10

บทที่ 1

บทนำ

ที่มาและความสำคัญของปัญหา

ให้บอกถึงแรงจูงใจที่ทำให้เราสนใจในหัวข้อนี้ paragraph แรกของ section latex จะไม่ย่อหน้าให้เป็นเรื่องปกติ แต่ paragraph ถัดไปจะมีย่อหน้าให้อัตโนมัติ

การขึ้นย่อหน้าใหม่ก็แค่เว้นบรรทัดลงมา

ในหน้าแรกของบทจะไม่มีเลขหน้าเป็นรูปแบบสากล

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. ให้บอกเป็นข้อ ๆ ว่าเราต้องการ output อะไร
2. อาจมี output หลัก output รอง
3. ถ้ามีข้อเดียวก็ไม่ต้องใส่เลข

ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. ให้บอกเป็นข้อ ๆ ถึงประโยชน์จาก output ของเรา
2. อาจเป็นประโยชน์ทางตรงหรือทางอ้อม
3. ถ้ามีข้อเดียวก็ไม่ต้องใส่เลข

บทที่ 2

ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

นิยาม 2.1 ให้ a_0, a_1, a_2, \dots เป็นลำดับของจำนวนจริงชุดหนึ่ง เราจะเรียก อนุกรมกำลังหรือฟังก์ชัน

$$G(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} a_nx^n$$

ว่าเป็น ฟังก์ชันก่อกำเนิด (generating function) สำหรับลำดับชุดนี้

ทฤษฎีบท 2.1 ทฤษฎีบททวินาม (Binomial Theorem)

ให้ x และ y เป็นจำนวนจริง และ n เป็นจำนวนเต็มที่ไม่เป็นลบ จะได้ว่า

$$(x + y)^n = \sum_{r=0}^n \binom{n}{r} x^{n-r} y^r = \binom{n}{0} x^n + \binom{n}{1} x^{n-1} y + \dots + \binom{n}{n-1} x y^{n-1} + \binom{n}{n} y^n$$

พิสูจน์ เราอาจพิสูจน์โดยอุปนัยในตัวแปร n แต่ต้องทำพีชคณิตค่อนข้างยาวสักหน่อย □

ตัวอย่าง 2.1 จงหารูปแบบชัดแจ้งของ

$$a(n) = a\left(\frac{n}{2}\right) + 1 \quad \text{สำหรับ } n = 2^k, k > 0, a(1) = 1$$

วิธีทำ โดยวิธีการทำซ้ำ ได้ว่า

$$\begin{aligned} a(n) &= a\left(\frac{n}{2}\right) + 1 \\ &= a\left(\frac{n}{2^2}\right) + 1 + 1 \\ &= a\left(\frac{n}{2^3}\right) + 1 + 1 + 1 \\ &\vdots \\ &= a\left(\frac{n}{2^k}\right) + 1 + 1 + \dots + 1 \end{aligned}$$

เรารู้ว่า $n = 2^k$ ดังนั้นเขียนบรรทัดสุดท้ายใหม่ได้เป็น

$$a(n) = a(1) + k = 1 + \log_2 n \quad \text{สำหรับ } n = 2^k, k \geq 0$$

ซึ่งก็คือรูปแบบชัดแจ้งที่ต้องการ

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การคัดลอกข้อความของผู้อื่นมาเขียนในผลงานของตนถือเป็นสิ่งที่น่าละอายและผิดกฎหมาย นิสิตต้องเรียบเรียงใหม่ด้วยสำนวนของนิสิตเอง โดยให้อ้างอิงถึงหนังสือหรือบทความจากแหล่งที่นิสิตได้ค้นคว้ามา ในรูปแบบ APA citation โดยศึกษาได้จากคู่มือการอ้างอิงวารสารบนเว็บไซต์ของภาควิชา ฯ ตัวอย่างเช่น

- จากงานวิจัยของ Milne (1995) กล่าวไว้ว่า.....
- Digital ให้ใช้ทับศัพท์ว่า ดิจิทัล (ราชบัณฑิตยสถาน, 2533)

บทที่ 3

วิธีการดำเนินงานวิจัย

บทนี้ไม่จำเป็นต้องใช้ชื่อบทเหมือนตัวอย่างนี้ ทั้งนี้แล้วแต่นิสิตกับที่ปรึกษาว่าจะตั้งชื่อบทว่าอะไร จะเรียบเรียงหัวข้อย่อยอย่างไร ซึ่งขึ้นอยู่กับงานของแต่ละคน

อย่างไรก็ดีจะต้องมีการระบุขอบเขตของงานอย่างละเอียด เช่น สนใจสมการอะไร มีปัจจัยควบคุมอะไรบ้าง มีกี่มิติ กี่ตัวแปร โดเมนกว้างเท่าไร ประยุกต์กับอะไรบ้าง ทำการทดลองโดยใช้กลุ่มตัวอย่างใด ปริมาณเท่าไร ทำโดยใช้โปรแกรมอะไร หรือเขียนโปรแกรมด้วยภาษาอะไร ค่าความคลาดเคลื่อนที่ยอมรับได้เท่าไร เป็นต้น

จากนั้นให้ระบุวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหาการวิจัย อธิบายโดยละเอียดว่าจะไปถึง output ที่ต้องการได้อย่างไร และเรากำลังสมมติฐานไว้ว่าอย่างไร เรียบเรียงให้เป็นขั้นเป็นตอน

ส่วนตารางที่แสดงขั้นตอนการดำเนินงานวิจัยนั้นไม่จำเป็น แต่สำหรับงานทาง pure math บางงานที่เป็นไปในเชิงพิสูจน์ทฤษฎี อาจไม่สามารถเขียนวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหาการวิจัยได้ จึงอนุโลมให้เขียนตารางแสดงขั้นตอนการดำเนินงานวิจัยในบทนี้ได้ และให้แสดงการพิสูจน์ในบทถัดไป

หัวข้อที่ 1

การแทรกรูปต้องวางไว้กลางหน้ากระดาษ และมีหมายเลขสำหรับอ้างอิง



รูปที่ 1: ตราสัญลักษณ์มหาวิทยาลัยบูรพา

หัวข้อที่ 2

การแทรกตารางต้องวางไว้กลางหน้ากระดาษ และมีหมายเลขสำหรับอ้างอิง

ตารางที่ 1: magic square

8	1	6
3	5	7
4	9	2

บทที่ 4

ผลการวิจัย

ให้ระบุผลลัพธ์หรือแสดงตัวอย่างที่ได้จากการใช้วิธีการในบทที่ 3 หรือพิสูจน์ทฤษฎีที่ได้ตั้งสมมติฐานไว้ในบทที่ 3

บทที่ 5

สรุปผลการวิจัย

นอกจากจะสรุปผลลัพธ์แล้ว ควรมีวิเคราะห์ผลลัพธ์นั้น ว่ามีข้อดีข้อเสียอย่างไร อาจเปรียบเทียบกับงานเก่า หรือวิธีอื่น ๆ ก็ได้ อาจปิดท้ายด้วยการอภิปรายถึงประเด็นในการต่อยอดงานวิจัยต่อไป

ภาคผนวก

ภาคผนวก คือ รายการที่ต้องการเสนอเพิ่มเติมนอกเหนือจากส่วนที่เป็นเนื้อหา เช่น ตัวเลขสถิติ แบบสอบถาม ภาพอุปกรณ์การทำวิจัย ภาพขณะทำกิจกรรมวิจัย รหัสต้นฉบับ(source code) ฯลฯ

บรรณานุกรม

- ปราโมทย์ เดชะอำไพ. (2557). *การแก้โจทย์แคลคูลัสและสมการเชิงอนุพันธ์ด้วยวูลแฟรมแอลฟา*. กรุงเทพฯ ฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ราชบัณฑิตยสถาน. (2553). *พจนานุกรมศัพท์คณิตศาสตร์ ฉบับราชบัณฑิตยสถาน*. กรุงเทพฯ ฯ: บริษัทนานมีบุ๊คพับลิเคชั่นส์ จำกัด.
- Ayaz, F., (2004). Solutions of the system of differential equations by differential transform method. *Applied Mathematics and Computation*. 147(2), 547-567.
- Lalli, C.M., & Parsons, T.R. (1997). *Biological oceanography an introduction* (2nd ed.). East Kilbride, Scotland: Thomson Litho.
- Milne, D.H. (1995). *Marine life and the sea*. California: Wadsworth.
- Montri, T., & Sasitron, P. (2010). The Numerical solutions of differential transform method and the Laplace transform method for a systems of differential equations. *Nonlinear Analysis: Hybrid systems*, 4(3), 425-431.