



ข้อสอบปลายภาคประจำภาคต้น ปีการศึกษา 2566

รายวิชา 30211364 แคลคูลัส (Calculus)

สอบวันที่ 29 ตุลาคม พ.ศ. 2566 เวลา 9.00 – 12.00 น.

คำชี้แจง

1. ให้แสดงวิธีทำโดยละเอียดทุกข้อและห้ามแยกข้อสอบออกจากกัน
2. ข้อสอบมีทั้งหมด 21 ข้อ 17 หน้า คะแนนรวม 90 คะแนน (คิดเป็น 45%)
3. สามารถใช้ดินสอและปากกา (ยกเว้นปากกาแดง) ทำข้อสอบได้
4. ห้ามนำกระดาษ เครื่องคำนวณ และสูตรใดๆ เข้าห้องสอบ
5. ห้ามนำโทรศัพท์มือถือเข้าห้องสอบ และปิดอุปกรณ์สื่อสารทุกชนิด
6. ทุจริตในการสอบมีโทษสูงสุดตามระเบียบของมหาวิทยาลัย

ชื่อ - สกุล..... รหัสประจำตัว.....กลุ่ม.....ลำดับที่.....

สำหรับอาจารย์

ข้อ	1 (6)	2 (4)	3 (4)	4 (5)	5 (5)	6 (3)	7 (4)	คะแนนรวม
คะแนน								
ข้อ	8 (4)	9 (4)	10 (4)	11 (4)	12 (4)	13 (4)	14 (4)	
คะแนน								
ข้อ	15 (4)	16 (4)	17 (4)	18 (5)	19 (4)	20 (5)	21 (5)	
คะแนน								

กลุ่ม 01 ดร.บัณฑิตา ฉัตรเท

กลุ่ม 02 ผศ.ดร.รักพร ดอกจันทร์

กลุ่ม 03 ผศ.ดร.วรวิมล เจริญทิมมะสถิต

กลุ่ม 04 ผศ.ดร.สาธินี เลิศประไพ

กลุ่ม 05 ดร.ภคินกร พูนพ่ายัพ

กลุ่ม 06 ผศ.ดร.สมคิด อินเทพ

กลุ่ม 07 ผศ.ดร.ชาติไทย ไทยประยูร

กลุ่ม 08 ผศ.ดร.อารีรักษ์ ชัยวร

กลุ่ม 09 ผศ.ดร.บุญยงค์ ศรีพลแผ้ว

กลุ่ม 10 ผศ.ดร.อภิชาติ เนียมวงษ์

กลุ่ม 11 ผศ.ดร.รักพร ดอกจันทร์

กลุ่ม 12 รศ.ดร.อภิสิทธิ์ ภาคพงศ์พันธุ์

กลุ่ม 13 ผศ.ดร.สาธินี เลิศประไพ

กลุ่ม 14 ผศ.ดร.สมคิด อินเทพ

กลุ่ม 15 ผศ.ดร.ปรียานุช เชื้อสุข

กลุ่ม 16 ผศ.ดร.วรวิมล เจริญทิมมะสถิต

กลุ่ม 17 ดร.บัณฑิตา ฉัตรเท

กลุ่ม 18 ผศ.ดร.อรธณพ แก้วขาว

กลุ่ม 19 ผศ.ดร.จุฑารัตน์ คงสอน

กลุ่ม 20 ผศ.ดร.ลี ศาสนพิทักษ์

กลุ่ม 21 ผศ.ดร.ปรียานุช เชื้อสุข

สูตรอนุพันธ์และสูตรอินทิเกรต

1. $\frac{dc}{du} = 0$ เมื่อ c เป็นค่าคงที่

2. $\frac{d}{dx}(u \pm v) = \frac{du}{dx} \pm \frac{dv}{dx}$

3. $\frac{d}{dx}(uv) = u \frac{dv}{dx} + v \frac{du}{dx}$

4. $\frac{d}{dx}\left(\frac{u}{v}\right) = \frac{v \frac{du}{dx} - u \frac{dv}{dx}}{v^2}, v \neq 0$

5. $\frac{d}{dx}u^n = nu^{n-1} \frac{du}{dx}$

6. $\frac{d}{dx}e^u = e^u \frac{du}{dx}$

7. $\frac{d}{dx}a^u = a^u \ln a \frac{du}{dx}, a \neq 1$ และ $a > 0$

8. $\frac{d}{dx} \ln u = \frac{1}{u} \frac{du}{dx}$

9. $\frac{d}{dx} \log_a u = \frac{1}{u \ln a} \frac{du}{dx}, a \neq 1$ และ $a > 0$

10. $\frac{d}{dx} \sin u = \cos u \frac{du}{dx}$

11. $\frac{d}{dx} \cos u = -\sin u \frac{du}{dx}$

12. $\frac{d}{dx} \tan u = \sec^2 u \frac{du}{dx}$

13. $\frac{d}{dx} \cot u = -\csc^2 u \frac{du}{dx}$

14. $\frac{d}{dx} \sec u = \sec u \tan u \frac{du}{dx}$

15. $\frac{d}{dx} \csc u = -\csc u \cot u \frac{du}{dx}$

16. $\int du = u + c$

17. $\int u^n du = \frac{u^{n+1}}{n+1} + c, n \neq -1$

18. $\int \frac{1}{u} du = \ln |u| + c$

19. $\int e^u du = e^u + c$

20. $\int a^u du = \frac{1}{\ln a} a^u + c, a \neq 1$ และ $a > 0$

21. $\int \sin u du = -\cos u + c$

22. $\int \cos u du = \sin u + c$

23. $\int \sec^2 u du = \tan u + c$

24. $\int \csc^2 u du = -\cot u + c$

25. $\int \sec u \tan u du = \sec u + c$

26. $\int \csc u \cot u du = -\csc u + c$

27. $\int \tan u du = \ln |\sec u| + c$

28. $\int \cot u du = \ln |\sin u| + c$

29. $\int \sec u du = \ln |\sec u + \tan u| + c$

30. $\int \csc u du = \ln |\csc u - \cot u| + c$

1. กำหนด $f(x) = -2x^3 + 3x^2 + 4$ จงหา

(6 คะแนน)

1.1 จุดวิกฤต

1.2 ช่วงที่ f เป็นฟังก์ชันเพิ่มและช่วงที่ f เป็นฟังก์ชันลด

1.3 ค่าสูงสุดสัมพัทธ์และค่าต่ำสุดสัมพัทธ์ (ถ้ามี)

2. กำหนด $f(x) = 2x^2 - 8x$ จงหา

(4 คะแนน)

2.1 จุดวิกฤต

2.2 ช่วงที่ f เป็นฟังก์ชันเพิ่มและช่วงที่ f เป็นฟังก์ชันลด

2.3 ค่าสูงสุดสัมพัทธ์และค่าต่ำสุดสัมพัทธ์ (ถ้ามี)

3. จงหาค่าสูงสุดสัมบูรณ์และต่ำสุดสัมบูรณ์ของ $f(x) = \frac{x^3}{3} - 4x$ บนช่วง $[-1, 3]$ (4 คะแนน)

4. โรงงาน A และ B เป็นโรงงานผลิตสารเคมีสองโรงงานซึ่งเชื่อมต่อกันด้วยท่อน้ำยาว 15 กิโลเมตร และระดับมลพิษของน้ำ $P(x)$ จากโรงงานขึ้นอยู่กับระยะทาง x ที่วัดจากโรงงานผลิตสารเคมี A ไปยังโรงงาน B ดังสมการ $P(x) = 3x^2 - 72x + 576$ หน่วย โดยที่ $0 \leq x \leq 15$ จงหาระยะทาง x ที่ทำให้ค่ามลพิษมีค่าต่ำสุด

(5 คะแนน)

5. จงหา $\int \left(\frac{\sqrt{x} - x^3}{x^4} - \csc(x)\cot(x) + 4^x + \frac{1}{e} \right) dx$ (5 คะแนน)

6. จงหา $\int (3x^2 + 4x)(x^3 + 2x^2 - 13)^{99} dx$ (3 คะแนน)

7. จงหา $\int e^{\tan x} \sec^2 x \, dx$

(4 คะแนน)

8. จงหา $\int \frac{\sin(x^{-2} + 4)}{x^3} \, dx$

(4 คะแนน)

9. จงหา $\int \frac{2^x}{2^x + 5} dx$

(4 คะแนน)

10. จงหา $\int (2x+1)e^x dx$

(4 คะแนน)

11. จงหา $\int (2x^2 + 3x + 4)\cos 5x \, dx$

(4 คะแนน)

12. จงหา $\int (9x^2 - 4x + 1)\ln(3x) \, dx$

(4 คะแนน)

13. จงหา $\int_0^2 (x^2 + 1) dx + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx$

(4 คะแนน)

14. กำหนดให้ $\int_1^9 f(x) dx = 6$, $\int_4^9 f(x) dx = 11$ และ $\int_9^1 g(x) dx = 3$ จงหา

(4 คะแนน)

1) $\int_1^9 g(x) dx = \dots\dots\dots$

2) $\int_1^9 [3f(x) - 2g(x)] dx = \dots\dots\dots$

3) $\int_9^9 \left[\frac{f(x)}{g(x)} \right] dx = \dots\dots\dots$

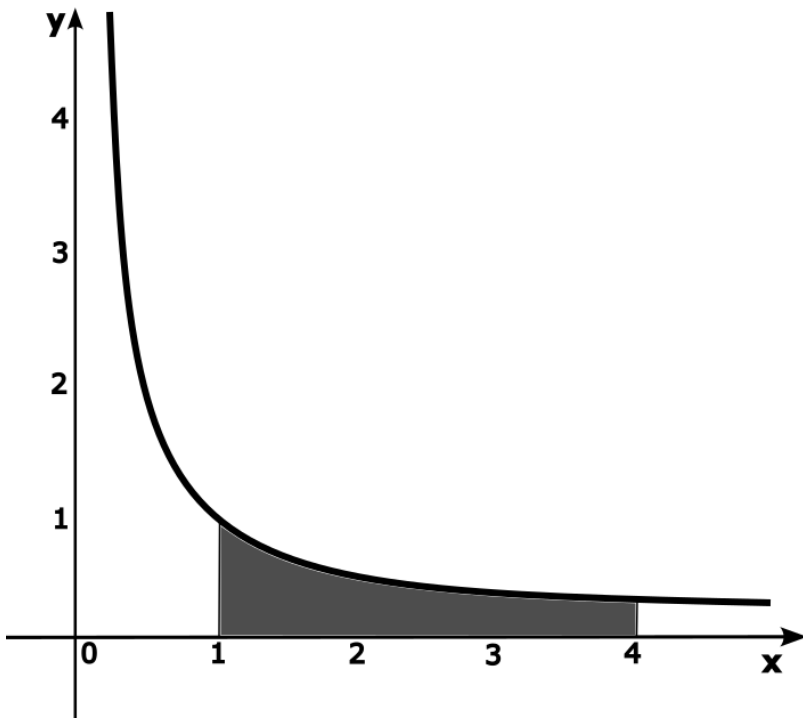
4) $\int_1^4 f(x) dx = \dots\dots\dots$

15. กำหนดให้ $f(x) = \begin{cases} 3x^2 - 2x, & x < 0 \\ 1 - e^x, & 0 \leq x \leq 1 \\ \frac{x+1}{2 + \cos x}, & x > 1 \end{cases}$

จงหา $\int_{-1}^1 f(x) dx$

(4 คะแนน)

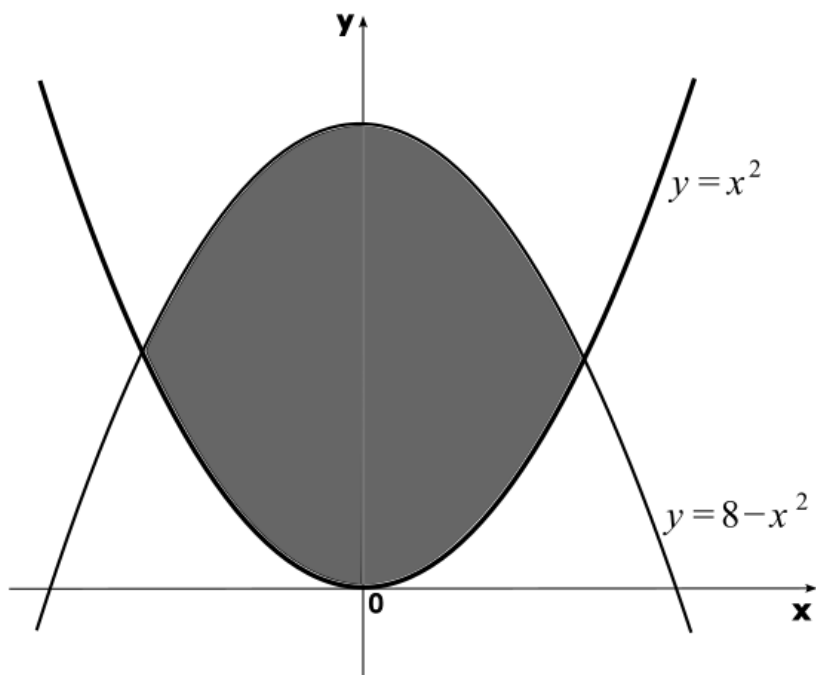
16.



จงใช้ปริพันธ์จำกัดเขตหาพื้นที่ใต้กราฟ $y = \frac{1}{x^2}$ บนช่วง $x \in [1, 4]$ (บริเวณที่แรเงาดังรูป)

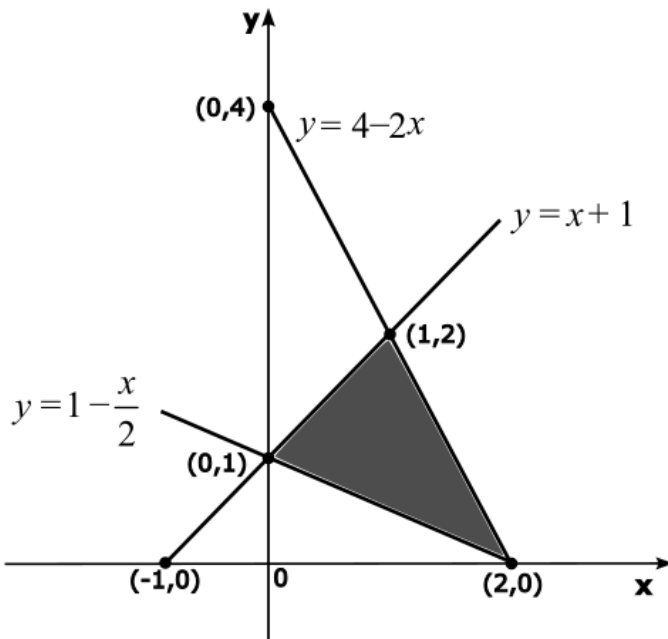
(4 คะแนน)

17.



จงใช้ปริพันธ์จำกัดเขตหาพื้นที่ระหว่างกราฟ $y = x^2$ และ $y = 8 - x^2$ (บริเวณที่แรเงาดังรูป) (4 คะแนน)

18.



จงใช้ปริพันธ์จำกัดเขตหาพื้นที่ระหว่างกราฟ $y = 1 - \frac{x}{2}$, $y = x + 1$ และ $y = 4 - 2x$ โดยไม่ต้องหาค่า

ปริพันธ์ (บริเวณที่แรเงาดังรูป)

(5 คะแนน)

19. จงระบุ อันดับ(Order) และระดับชั้น(Degree) ของแต่ละสมการ โดยเขียนคำตอบลงในตารางที่กำหนดให้

(4 คะแนน)

สมการเชิงอนุพันธ์	อันดับ	ระดับชั้น
$3y''' - 5y'' = e^y, y(0) = 2$		
$yt \left(\frac{d^2 y}{dt^2} \right)^3 - t \left(\frac{d^3 y}{dt^3} \right)^2 = 0, y(0) = 1, y'(5) = 2$		
$y'' - 5(y')^2 - y, y(0) = 2$		
$y \left(\frac{d^2 y}{dt^2} \right)^2 - t \left(\frac{dy}{dt} \right)^2 = 0, y(0) = 1, y'(1) = 0$		

20. จงหาผลเฉลยเฉพาะของสมการเชิงอนุพันธ์ $\frac{dy}{dx} - \frac{\sin x}{2y+1} = 0, y(0) = 2$

(5 คะแนน)

21. กำหนดให้อัตราการเพิ่มขึ้นของจำนวนน้ำผึ้ง เป็นสัดส่วนโดยตรงกับจำนวนน้ำผึ้ง $V(t)$ ถ้าเวลาเริ่มต้นพบว่ามีน้ำผึ้ง 500 ลิตร และหลังจากนั้น 10 วันพบว่ามีน้ำผึ้ง $500e^2$ ลิตร จงหาจำนวนน้ำผึ้งเมื่อเวลาผ่านไป 30 วัน

(5 คะแนน)