

ชื่อ – นามสกุล รหัสประจำตัว

กลุ่ม ลำดับที่

***** ห้ามแกะข้อสอบออกจากกัน *****

คำชี้แจง

1. ข้อสอบมีทั้งหมด 15 หน้า (รวมหน้านี้) 17 ข้อ 90 คะแนน (คิดเป็น 45%)
2. สามารถใช้ได้ทั้งดินสอและปากกาในการทำข้อสอบ
3. ไม่อนุญาตให้นำวัสดุเครื่องคิดเลขและเอกสารใด ๆ เข้าห้องสอบ ยกเว้นกระดาษขนาดไม่เกิน A4 ที่จดเนื้อหาของรายวิชาด้วยลายมือตนเอง
4. ให้เขียน รหัสประจำตัว และลำดับที่ ทุกหน้าของข้อสอบ
5. หากยังไม่ได้ส่งข้อสอบ ห้ามออกจากห้องสอบไม่ว่ากรณีใด ๆ
6. **สอบทฤษฎี ตัด F ในรายวิชานี้และพักการเรียน 1 ภาคการศึกษา**
ทฤษฎี ตัด F ในรายวิชานี้และพักการเรียน 1 ปีการศึกษา
ให้ผู้อื่นเข้าสอบแทน ตัด F ในรายวิชานี้และพักการเรียน 2 ปีการศึกษา

คะแนน (สำหรับอาจารย์)

ข้อ	1 (5)	2 (6)	3 (5)	4 (5)	5 (6)	6 (5)
คะแนน						
ข้อ	7 (5)	8 (5)	9 (5)	10 (8)	11 (5)	12 (5)
คะแนน						
ข้อ	13 (5)	14 (5)	15 (5)	16 (5)	17 (5)	รวม (90)
คะแนน						

กลุ่ม 1 ผศ.ดร.ดวงกมล ผลเต็ม

กลุ่ม 2 ผศ.ดร.อภิชาติ เนียมวงษ์

กลุ่ม 3 ผศ.ดร.สหทัย รัตนะมงคลกุล

กลุ่ม 4 ผศ.เสาวรส ศรีสุข

กลุ่ม 5 ดร.จตุรรัตน์ คงสอน

กลุ่ม 6 ผศ.ดร.สินีนานู ศรีมงคล

Differentiation

$$\frac{dc}{du} = 0, \quad (c \text{ constant})$$

$$\frac{d}{dx}(u \pm v) = \frac{du}{dx} \pm \frac{dv}{dx}$$

$$\frac{d}{dx}(uv) = u \frac{dv}{dx} + v \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{u}{v} \right) = \frac{v \frac{du}{dx} - u \frac{dv}{dx}}{v^2}$$

$$\frac{du}{dx} = \frac{du}{dy} \cdot \frac{dy}{dx} \quad (\text{Chain Rule})$$

$$\frac{d}{dx} u^n = nu^{n-1} \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx} e^u = e^u \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx} a^u = a^u \ln a \frac{du}{dx}, \quad a \neq 1 \text{ and } a > 0$$

$$\frac{d}{dx} \sin u = \cos u \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx} \cos u = -\sin u \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx} \tan u = \sec^2 u \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx} \cot u = -\csc^2 u \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx} \sec u = \sec u \tan u \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx} \csc u = -\csc u \cot u \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx} \sinh u = \cosh u \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx} \cosh u = \sinh u \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx} \ln u = \frac{1}{u} \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx} \log_a u = \frac{1}{u \ln a} \frac{du}{dx}, \quad a \neq 1 \text{ and } a > 0$$

$$\frac{d}{dx} \arcsin u = \frac{1}{\sqrt{1-u^2}} \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx} \arccos u = -\frac{1}{\sqrt{1-u^2}} \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx} \arctan u = \frac{1}{1+u^2} \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx} \text{arccot } u = -\frac{1}{1+u^2} \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx} \text{arcsec } u = \frac{1}{|u|\sqrt{u^2-1}} \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx} \text{arccsc } u = -\frac{1}{|u|\sqrt{u^2-1}} \frac{du}{dx}$$

Integration

$$\int du = u + c$$

$$\int u dv = uv - \int v du, \quad (\text{by part})$$

$$\int u^n du = \frac{u^{n+1}}{n+1} + c, \quad (n \neq -1)$$

$$\int \frac{1}{u} du = \ln |u| + c$$

$$\int e^u du = e^u + c$$

$$\int a^u du = \frac{1}{\ln a} a^u + c, \quad a \neq 1 \text{ and } a > 0$$

$$\int \sin u du = -\cos u + c$$

$$\int \cos u du = \sin u + c$$

$$\int \sec^2 u du = \tan u + c$$

$$\int \csc^2 u du = -\cot u + c$$

$$\int \sec u \tan u du = \sec u + c$$

$$\int \csc u \cot u du = -\csc u + c$$

$$\int \tan u du = -\ln |\cos u| + c$$

$$\int \cot u du = \ln |\sin u| + c$$

$$\int \sec u du = \ln |\sec u + \tan u| + c$$

$$\int \csc u du = \ln |\csc u - \cot u| + c$$

$$\int \sinh u du = \cosh u + c$$

$$\int \cosh u du = \sinh u + c$$

$$\int \text{sech}^2 u du = \tanh u + c$$

$$\int \text{csch}^2 u du = -\text{coth } u + c$$

$$\int \text{sech } u \tanh u du = -\text{sech } u + c$$

$$\int \text{csch } u \text{coth } u du = -\text{csch } u + c$$

$$\int \frac{du}{u^2 + a^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{u}{a} + c, \quad a > 0$$

$$\int \frac{du}{\sqrt{a^2 - u^2}} = \arcsin \frac{u}{a} + c, \quad a > 0$$

จงแสดงวิธีทำโดยละเอียดทุกข้อ

1. จงตรวจสอบว่าลำดับต่อไปนี้ ลู่เข้าหรือลู่ออก

$$a_n = \left\{ (-1)^{n+1} \frac{5n - 2}{-3n + 23} \right\}$$

(5 คะแนน)

2. จงหาลำดับของผลบวกย่อย n พจน์ ($\{S_n\}$) ของอนุกรม

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{\sqrt{n}} - \frac{1}{\sqrt{n+2}} \right)$$

และตรวจสอบว่าอนุกรมลู่เข้าหรือลู่ออก

(6 คะแนน)

จงตรวจสอบการลู่เข้าของอนุกรมในข้อ 3 - 7 โดยใช้

การทดสอบการลู่ออก (Divergence Test) หรือ

การทดสอบแบบเปรียบเทียบ (Comparison Test) หรือ

การทดสอบแบบเปรียบเทียบลิมิต (Limit Comparison Test) หรือ

การทดสอบโดยใช้ปริพันธ์ (Integral Test) หรือ

การทดสอบแบบอัตราส่วน (Ratio Test) หรือ

การทดสอบโดยรากที่ n (n^{th} Root Test)

3.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{9n}{e^{-n} + n}$$

(5 คะแนน)

4.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 + 3^n}{5^n}$$

(5 คะแนน)

5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \ln(2n)}$

(6 คะแนน)

6.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)!}{n^2 e^n}$$

(5 คะแนน)

7.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2^{n-1}}{2^n - 1} \right)^n$$

(5 คะแนน)

8. จงตรวจสอบว่าอนุกรม

$$-\frac{1}{5} + \frac{1}{8} - \frac{1}{11} + \frac{1}{14} - \frac{1}{17} + \dots$$

เป็นอนุกรมลู่เข้าหรือลู่ออก

(5 คะแนน)

9. จงตรวจสอบว่าอนุกรม

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{2^n}$$

เป็นอนุกรมลู่เข้าอย่างสมบูรณ์ ลู่เข้าอย่างมีเงื่อนไข หรือลู่ออก

(5 คะแนน)

10. จงหาช่วงการลู่เข้าของอนุกรม $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n(x-5)^n}{3^{n+1}}$ (8 คะแนน)

11. จงกระจายฟังก์ชัน

$$f(x) = (x - 1)e^x$$

ในรูปอนุกรมเทย์เลอร์ (Taylor Series) รอบจุด $x = 1$

โดยกระจายให้มีอย่างน้อย 4 พจน์แรกที่ไม่เป็นศูนย์

(5 คะแนน)

12. กำหนดอนุกรมฟูรีเยร์ (Fourier Series) ของฟังก์ชัน

$$f(x) = \begin{cases} x, & -\pi < x < 0 \\ \pi, & 0 < x < \pi \end{cases} \quad \text{และ} \quad f(x + 2\pi) = f(x)$$

แทนด้วย

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos nx + b_n \sin nx$$

จงหาค่าสัมประสิทธิ์ b_n

(5 คะแนน)

13. จงหาผลเฉลยทั่วไปและผลเฉลยเฉพาะของ

$$\frac{dy}{dx} = \frac{3x^2}{3y^2 - 6}, \quad y(1) = 0$$

(5 คะแนน)

14. จงหาผลเฉลยทั่วไปของ

$$2e^{2x} \cos y dx - e^{2x} \sin y dy = 0$$

(5 คะแนน)

15. กำหนดสมการเชิงอนุพันธ์

$$(2x^2y - 2xy^2 + y) dx + (x - 2y)dy = 0$$

15.1 สมการที่กำหนดให้เป็นสมการแม่นตรง (Exact Equation) หรือไม่ เพราะเหตุใด

15.2 ถ้าสมการที่กำหนดให้ไม่เป็นสมการแม่นตรง แล้ว จงหาตัวประกอบปริพันธ์ (Integrating Factor) ที่ทำให้สมการนี้เป็นสมการแบบแม่นตรง

(5 คะแนน)

16. จงหาผลเฉลยทั่วไปของ

$$xy' = x^2 + 2y$$

(5 คะแนน)

17. จงหาวงค์เส้นโค้งแนววิถีเชิงตั้งฉากกับวงค์เส้นโค้ง

$$y^3 = Cx$$

เมื่อ C เป็นค่าคงตัวใด ๆ

(5 คะแนน)