ข้อสอบปลายภาค ประจำภาคปลาย ปีการศึกษา 2566
รายวิชา 30212264 Engineering Mathematics II
สอบวันที่ 25 มีนาคม พ.ศ. 2567 เวลา 09:00 - 12:00 น.

ชื่อ - นามสกุล ..... รหัสประจำตัว ..... กลุ่ม ..... ลำดับที่ .....

ห้ามแกะข้อสอบออกจากกัน

คำชี้แจง

1. ข้อสอบมีทั้งหมด 16 หน้า 19 ข้อ รวม 90 คะแนน (คิดเป็น 45%) **ให้แสดงวิธีทำโดยละเอียดทุกข้อ**
2. สามารถใช้ได้ทั้งดินสอและปากกาในการทำข้อสอบ และหากต้องการเขียนคำตอบด้านหลังของแผ่นกระดาษให้เขียนกำกับด้านหน้าว่า **"มีต่อด้านหลัง"**
3. ห้ามนำเอกสาร หนังสือ เครื่องคำนวณ สูตรใด ๆ เข้าห้องสอบ และห้ามใช้โทรศัพท์มือถือหรืออุปกรณ์สื่อสารใด ๆ ในห้องสอบ ตรวจพบถือว่ากระทำการทุจริต
4. การแต่งกายในวันสอบ ให้แต่งกายให้ถูกต้องตามระเบียบของมหาวิทยาลัยฯ และต้องแสดงบัตรประจำตัวนิสิต หรือบัตรแสดงตนอื่น ๆ ที่มีรูปถ่าย และลงลายมือชื่อในการสอบ
5. นิสิตจะเข้าห้องสอบได้ เมื่อได้รับอนุญาตจากอาจารย์ผู้คุมสอบแล้ว และนิสิตที่ไปถึงห้องสอบหลังเวลาสอบที่เกินกำหนดเริ่มสอบไปแล้ว 30 นาที จะไม่ได้รับอนุญาตให้เข้าสอบ และไม่อนุญาตให้ออกจากห้องสอบก่อนได้รับอนุญาตจากผู้คุมสอบ
6. **นิสิตที่กระทำผิดหรือฝ่าฝืนระเบียบเกี่ยวกับการวัดผล หรือกระทำการส่อเจตนาทุจริตหรือกระทำการทุจริตด้วยประการใด ๆ ในการวัดผล ให้เป็นไปตามข้อบังคับมหาวิทยาลัยบูรพาว่าด้วยการศึกษาระดับปริญญาตรี**

คะแนนที่ได้ (สำหรับอาจารย์เท่านั้น)

ข้อ	**1** (3)	**2** (5)	**3** (4)	**4** (4)	**5** (4)	คะแนนรวม (90)
คะแนน						
ข้อ	**6** (4)	**7** (5)	**8** (4)	**9** (6)	**10** (7)	
คะแนน						
ข้อ	**11** (5)	**12** (4)	**13** (5)	**14** (5)	**15** (3)	
คะแนน						
ข้อ	**16** (5)	**17** (5)	**18** (6)	**19** (6)		
คะแนน						

สูตรการหาอนุพันธ์	สูตรการหาปริพันธ์
1. $\frac{dc}{dx} = 0$ เมื่อ c เป็นค่าคงตัว	1. $\int kf(x)dx = k\int f(x)dx$ เมื่อ k เป็นค่าคงตัว
2. $\frac{d}{dx}c \cdot f(x) = c\frac{d}{dx}f(x)$ เมื่อ c เป็นค่าคงตัว	2. $\int (f(x) \pm g(x))\,dx = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx$
3. $\frac{d}{dx}(u \pm v) = \frac{du}{dx} \pm \frac{dv}{dx}$	3. $\int 1\ du = u + C$
4. $\frac{d}{dx}(u \cdot v) = u\frac{dv}{dx} + v\frac{du}{dx}$	4. $\int u^n\ du = \frac{u^{n+1}}{n+1} + C$ เมื่อ $n \neq -1$
5. $\frac{d}{dx}\left(\frac{u}{v}\right) = \frac{v\frac{du}{dx} - u\frac{dv}{dx}}{v^2}$ เมื่อ $v \neq 0$	5. $\int \frac{1}{u}\ du = \ln\lvert u\rvert + C$ เมื่อ $u > 0$
6. $\frac{d}{dx}\ln u = \frac{1}{u}\frac{du}{dx}$	6. $\int a^u\ du = \frac{a^u}{\ln a} + C$ เมื่อ $a > 0$ และ $a \neq 1$
7. $\frac{d}{dx}\log_a u = \frac{1}{u\ln a}\frac{du}{dx}$ เมื่อ $a > 0$ และ $a \neq 1$	7. $\int e^u\ du = e^u + C$
8. $\frac{d}{dx}e^u = e^u\frac{du}{dx}$	8. $\int \sin u\ du = -\cos u + C$
9. $\frac{d}{dx}a^u = a^u \ln a\frac{du}{dx}$ เมื่อ $a > 0$ และ $a \neq 1$	9. $\int \cos u\ du = \sin u + C$
10. $\frac{d}{dx}u^n = nu^{n-1}\frac{du}{dx}$	10. $\int \sec^2 u\ du = \tan u + C$
11. $\frac{d}{dx}(\sin u) = \cos u\frac{du}{dx}$	11. $\int \csc^2 u\ du = -\cot u + C$
12. $\frac{d}{dx}(\cos u) = -\sin u\frac{du}{dx}$	12. $\int \sec u \tan u\ du = \sec u + C$
13. $\frac{d}{dx}(\tan u) = \sec^2 u\frac{du}{dx}$	13. $\int \csc u \cot u\ du = -\csc u + C$
14. $\frac{d}{dx}(\cot u) = -\csc^2 u\frac{du}{dx}$	14. $\int \tan u\ du = \ln\lvert\sec u\rvert + C$
15. $\frac{d}{dx}(\sec u) = \sec u \tan u\frac{du}{dx}$	15. $\int \cot u\ du = \ln\lvert\sin u\rvert + C$
16. $\frac{d}{dx}(\csc u) = -\csc u \cot u\frac{du}{dx}$	16. $\int \sec u\ du = \ln\lvert\sec u + \tan u\rvert + C$
	17. $\int \csc u\ du = \ln\lvert\csc u - \cot u\rvert + C$

ตารางแสดงค่าฟังก์ชันตรีโกณมิติ

	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π
$\sin\theta$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0
$\cos\theta$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	1
$\tan\theta$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	–	0

ห้องสอบ

กลุ่ม	ผู้สอน	ห้องสอบ	กลุ่ม	ผู้สอน	ห้องสอบ
01	ผศ.ดร.ปรียานุช เชื้อสุข	K-A500	07	ผศ.ดร.อภิชาติ เนียมวงษ์	QS1-1001
02	ผศ.ดร.รักพร ดอกจันทร์	K-A500	08	ผศ.เสาวรส ศรีสุข	K-C300
03	ผศ.ดร.อารีรักษ์ ชัยวร	K-A500	09	ผศ.ดร.ลี ศาสนพิทักษ์	QS1-1001
04	ผศ.ดร.ชาติไทย ไทยประยูร	K-A500	10	ผศ.ดร.อารยา วิวัฒน์วานิช	K-C200
05	ผศ.ดร.วรวิมล เจริญทัมมะสถิต	K-A500	11	อ.ดร.บัณฑิตา ฉัตรเท	QS1-2001
06	อ.ดร.ภคินกร พูนพายัพ	QS1-2001	12	ผศ.ดร.สมคิด อินเทพ	QS1-2001

เวกเตอร์

1. กำหนดให้ $\vec{v} = \langle a_1, a_2, a_3 \rangle$ ขนาดเวกเตอร์ คือ $\|\vec{v}\| = \sqrt{(a_1)^2 + (a_2)^2 + (a_3)^2}$

2. เวกเตอร์หน่วยในทิศทางเดียวกับ $\vec{v}$ คือ $\dfrac{\vec{v}}{\|\vec{v}\|}$

3. ผลคูณเชิงสเกลาร์ ของ $\vec{a} = \langle a_1, a_2, a_3 \rangle$ และ $\vec{b} = \langle b_1, b_2, b_3 \rangle$ คือ
   $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3$
   หรือ $\vec{a} \cdot \vec{b} = \|\vec{a}\|\|\vec{b}\| \cos\theta$

4. มุมระหว่างเวกเตอร์ $\vec{a}$ และ $\vec{b}$ ที่ไม่ใช่เวกเตอร์ศูนย์ คือ
   $\cos\theta = \dfrac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{\|\vec{a}\|\|\vec{b}\|}$ เมื่อ $0 \le \theta \le \pi$
   หมายเหตุ เวกเตอร์ $\vec{a}$ และ $\vec{b}$ ที่ไม่เป็น $\vec{0}$ ตั้งฉากกัน ก็ต่อเมื่อ $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$

5. ผลคูณเชิงเวกเตอร์ ของ $\vec{a} = \langle a_1, a_2, a_3 \rangle$ และ $\vec{b} = \langle b_1, b_2, b_3 \rangle$ คือ
   $$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix}$$
   หมายเหตุ เวกเตอร์ $\vec{a}$ และ $\vec{b}$ ที่ไม่เป็น $\vec{0}$ จะขนานกัน ก็ต่อเมื่อ $\|\vec{a} \times \vec{b}\| = 0$

6. ระยะ ห่าง ระหว่าง จุด $P_1(x_1, y_1, z_1)$ และ $P_2(x_2, y_2, z_2)$ คือ
   $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$

7. เส้นตรงที่ผ่านจุด $P_0(x_0, y_0, z_0)$ และขนานกับเวกเตอร์ $\vec{v} = \langle a, b, c \rangle$ มี
   สมการเส้นตรงแบบอิงตัวแปรเสริม คือ
   $x = x_0 + at, y = y_0 + bt, z = z_0 + ct$
   และสมการเส้นตรงแบบสมมาตร คือ
   $\dfrac{x - x_0}{a} = \dfrac{y - y_0}{b} = \dfrac{z - z_0}{c}$

8. ระยะทางระหว่างจุด Q กับเส้นตรง $x = x_0 + at, y = y_0 + bt, z = z_0 + ct$ โดยที่ P คือจุดบนเส้นตรง และ $\vec{v}$ คือเวกเตอร์ที่ขนานกับเส้นตรง คือ $\dfrac{\|\vec{PQ} \times \vec{v}\|}{\|\vec{v}\|}$

9. ระนาบที่ผ่านจุด $P_0(x_0, y_0, z_0)$ และมีเวกเตอร์ $\vec{n} = \langle a, b, c \rangle$ ตั้งฉากกับระนาบ มีสมการ คือ $ax + by + cz = d$ เมื่อ $d = ax_0 + by_0 + cz_0$

10. มุม ระหว่าง ระนาบ $P_1 : a_1x + b_1y + c_1z = d_1$ และ $P_2 : a_2x + b_2y + c_2z = d_2$ ซึ่งมี $\vec{n_1} = \langle a_1, b_1, c_1 \rangle$ และ $\vec{n_2} = \langle a_2, b_2, c_2 \rangle$ เป็นเวกเตอร์แนวฉากตามลำดับ จะได้ $\cos\theta = \dfrac{\vec{n_1} \cdot \vec{n_2}}{\|\vec{n_1}\|\|\vec{n_2}\|}$

11. ระยะ ทาง ระหว่าง จุด $P_1(x_1, y_1, z_1)$ กับ ระนาบ $ax + by + cx + d = 0$ คือ $\dfrac{|ax_1 + by_1 + cz_1 + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$

12. ระยะทางระหว่างระนาบ $P_1 : ax + by + cz = d_1$ และ $P_2 : ax + by + cz = d_2$ คือ $\dfrac{|d_2 - d_1|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$

13. ระยะทางระหว่างเส้นไขว้ต่างระดับ (skew line) $L_1 : x = x_1 + a_1t, \ y = y_1 + b_1t, \ z = z_1 + c_1t$ และ $L_2 : x = x_2 + a_2s, \ y = y_2 + b_2s, \ z = z_2 + c_2s$
   คือ $\dfrac{|\vec{P_1P_2} \cdot (\vec{v_1} \times \vec{v_2})|}{\|\vec{v_1} \times \vec{v_2}\|}$
   เมื่อ $\vec{P_1P_2} = \langle x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1 \rangle$, $\vec{v_1} = \langle a_1, b_1, c_1 \rangle$ คือเวกเตอร์ที่ขนานกับเส้นตรง L_1 และ $\vec{v_2} = \langle a_2, b_2, c_2 \rangle$ คือเวกเตอร์ที่ขนานกับเส้นตรง L_2

ฟังก์ชันค่าเวกเตอร์

กำหนดให้ $\vec{r}(t) = \langle f(t), g(t), h(t) \rangle$

1. ลิมิตของ $\vec{r}(t)$ คือ
   $\lim\limits_{t \to t_0} \vec{r}(t) = \left\langle \lim\limits_{t \to t_0} f(t), \lim\limits_{t \to t_0} g(t), \lim\limits_{t \to t_0} h(t) \right\rangle$

2. อนุพันธ์ของ $\vec{r}(t)$ คือ
   $\vec{r'}(t) = \langle f'(t), g'(t), h'(t) \rangle$
   $= f'(t)\vec{i} + g'(t)\vec{j} + h'(t)\vec{k}$

3. เวกเตอร์หน่วยสัมผัส คือ $\vec{T}(t) = \dfrac{\vec{r'}(t)}{\|\vec{r'}(t)\|}$

4. ปริพันธ์จำกัดเขตของ $\vec{r}(t)$ คือ
   $\int_a^b \vec{r}(t)\, dt = \left[\int_a^b f(t)\, dt\right] \vec{i}$
   $+ \left[\int_a^b g(t)\, dt\right] \vec{j} + \left[\int_a^b h(t)\, dt\right] \vec{k}$

5. ความยาวส่วนโค้งของ $\vec{r}(t) = \langle f(t), g(t), h(t) \rangle$ บนช่วง $a \le t \le b$ คือ
   $\int_a^b \sqrt{[f'(t)]^2 + [g'(t)]^2 + [h'(t)]^2}\, dt$
   $= \int_a^b \|\mathbf{r}'(t)\|\, dt$

6. ความเร็ว คือ
   $\vec{v}(t) = \vec{r'}(t) = \langle f'(t), g'(t), h'(t) \rangle$

7. อัตราเร็ว คือ
   $\|\vec{v}(t)\| = \sqrt{(f'(t))^2 + (g'(t))^2 + (h'(t))^2}$

8. ความเร่ง คือ
   $\vec{a}(t) = \vec{v'}(t) = \langle f''(t), g''(t), h''(t) \rangle$

9. อัตราเร่ง คือ
   $\|\vec{a}(t)\| = \sqrt{(f''(t))^2 + (g''(t))^2 + (h''(t))^2}$

ปริพันธ์ตามเส้น

1. ปริพันธ์ตามเส้นโค้ง C ที่มีสมการเป็น $\vec{r}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k}$ บนช่วง $a \le t \le b$ คือ
   $\int\limits_C f(x,y,z)\, ds = \int_a^b f(\vec{r}(t))\ \|\vec{r'}(t)\|\, dt =$
   $\int_a^b f(x(t), y(t), z(t)) \sqrt{(x'(t))^2 + (y'(t))^2 + (z'(t))^2}\, dt$

ปริพันธ์หลายชั้น

1. พื้นที่ของบริเวณ R ที่เป็นบริเวณปิดบนระนาบ xy คือ
   $A = \iint\limits_R dA$

2. ปริมาตรของทรงตัน S ที่ปกคลุมด้วยพื้นผิว $z = f(x,y)$ และอยู่เหนือบริเวณ R ที่เป็นบริเวณปิดบนระนาบ xy คือ $V = \iint\limits_R z dA$

3. ระบบพิกัดเชิงขั้ว
   แปลงพิกัดมีสูตร คือ
   $x = r\cos\theta,\ \ y = r\sin\theta,\ \ r = \sqrt{x^2 + y^2}$
   พื้นที่บริเวณ R คือ $\iint\limits_R dA = \iint\limits_R r\, dr\, d\theta$
   ปริมาตรของทรงตัน S ล้อมรอบด้านบนด้วยพื้นผิว $z = f(r,\theta)$ และด้านล่างด้วยบริเวณ R คือ
   $\iint\limits_R z\, r\, dr\, d\theta$

4. ระบบพิกัดทรงกระบอก
   แปลงพิกัดมีสูตร คือ
   $x = r\cos\theta,\ \ y = r\sin\theta,\ \ z = z$ และ
   $r^2 = x^2 + y^2,\ \ \tan\theta = \dfrac{y}{x},\ \ z = z$
   ปริมาตรทรงตัน G ซึ่งถูกปิดด้านบนด้วยผิวโค้ง $z = g_2(r,\theta)$ และถูกปิดด้านล่างด้วยผิวโค้ง $z = g_1(r,\theta)$ ถ้าภาพฉายของ G บนระนาบ xy คือบริเวณ R คือ
   $\iiint\limits_G f(r,\theta,z) dV$
   $= \int_{\theta_1}^{\theta_2} \int_{r_1(\theta)}^{r_2(\theta)} \int_{g_1(r,\theta)}^{g_2(r,\theta)} f(r,\theta,z)\ r\ dz dr d\theta$

5. ระบบพิกัดทรงกลม
   แปลงพิกัดมีสูตร คือ
   $x = \rho\sin\phi\cos\theta,\ \ y = \rho\sin\phi\sin\theta$
   $z = \rho\cos\phi$ และ $x^2 + y^2 + z^2 = \rho^2$
   ปริพันธ์สามชั้นในระบบพิกัดทรงกลมจะเป็น
   $\iiint\limits_G f(\rho,\phi,\theta) dV$
   $= \int_{\theta_1}^{\theta_2} \int_{\phi_1(\theta)}^{\phi_2(\theta)} \int_{\rho_1(\theta,\phi)}^{\rho_2(\theta,\phi)} f(\rho,\phi,\theta)\rho^2 \sin\phi\ d\rho\, d\phi\, d\theta$

1. *(3 คะแนน)* จงหา**<u>สมการเส้นตรงแบบสมมาตร</u>**ของเส้นตรงที่ผ่านจุด $(2, -2, 1)$ และตั้งฉากกับระนาบ $3x - y + 2z = 5$

2. *(5 คะแนน)* จง**<u>แสดงว่า</u>**เส้นตรง L_1 และ L_2 ที่มีสมการอิงตัวแปรเสริม

$$\begin{aligned} L_1: &\quad x = 1 + t, \quad y = -1 - 2t, \quad z = -2 + t \\ L_2: &\quad x = -2 - s, \quad y = 1 + s, \quad z = 3 - 2s \end{aligned}$$

เป็นเส้นตรงที่ไม่ขนาน และไม่ตัดกัน (skew line)

3. *(4 คะแนน)* จงหา**ระยะทาง**จากจุด $(1, 2, -1)$ ไปยังระนาบ $x - y + 2z = 1$

4. *(4 คะแนน)* จงหา**สมการระนาบ** P_1 ที่ขนานกับระนาบ $P_0 : x - y + 2z = 1$ และมีเส้นตรง $x = 1 + t,\ \ y = 2 - t,\ \ z = -1 - t$ อยู่บนระนาบ P_1

5. *(4 คะแนน)* จงหา**มุมระหว่างระนาบ** 2 ระนาบ ต่อไปนี้

$$\begin{aligned} x + 2y + z &= 6 \\ 3x + y - z &= 4 \end{aligned}$$

6. *(4 คะแนน)* กำหนดให้ $\vec{r}(t) = \left\langle \dfrac{4}{\sin(\pi t) + 2},\ e^{1-t},\ \dfrac{\ln(t)}{t-1} \right\rangle$ จงหา**ลิมิต** $\lim\limits_{t \to 1} \vec{r}(t)$

7. *(5 คะแนน)* กำหนดให้ $\vec{r}(t) = \langle t^4,\ te^t,\ \sin(3t)\rangle$ จงหา**เวกเตอร์หน่วยสัมผัส** $\vec{T}(t)$ ที่ $t = 0$

8. *(4 คะแนน)* กำหนดให้ $\vec{r}(t) = \left\langle \dfrac{1}{t+1},\ 2^t,\ \sec^2(3t) \right\rangle$ จงหา**ปริพันธ์** $\displaystyle\int \vec{r}(t)\ dt$

9. *(6 คะแนน)* จงหา**ความยาว**ของส่วนโค้งที่มีสมการเวกเตอร์ $\vec{r}(t) = \langle 2,\ 3t^2,\ 4t^2 \rangle$ บนช่วง $0 \leq t \leq 2$

10. *(7 คะแนน)* วัตถุเคลื่อนที่เริ่มต้นจากตำแหน่ง $\vec{r}(0) = \langle 0, 1, 0 \rangle$ โดยมีความเร็วเป็น

$$\vec{v}(t) = \langle 1 - \sin(t), \ \cos(t) - 1, \ 0 \rangle$$

10.1 จงหา**เวกเตอร์ตำแหน่ง** ณ เวลา t ใด ๆ

10.2 จงหา**อัตราเร่ง** ณ เวลา t ใด ๆ

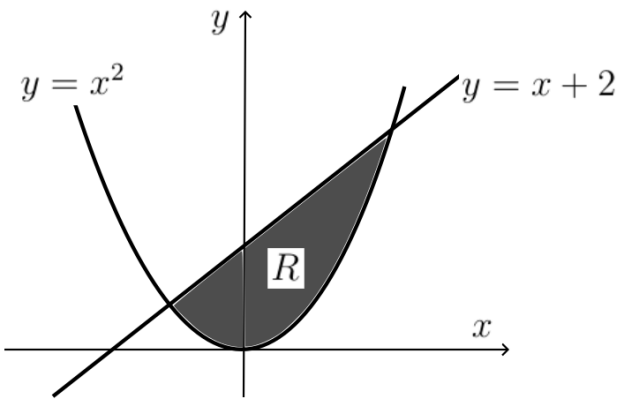
11. *(5 คะแนน)* จงหา**ปริพันธ์** $\iint_R (2x - 3y^2)\, dA$ เมื่อกำหนดบริเวณ

$R = \{(x, y) : 0 \leq x \leq 1, \ \ 1 \leq y \leq 2\}$

12. *(4 คะแนน)* จง**สลับลำดับ**การหาปริพันธ์ของ $\int_1^3 \int_3^{3x} f(x, y)\, dydx$

13. *(5 คะแนน)* จงใช้**<u>ปริพันธ์สองชั้นในการหาปริมาตร</u>**ของทรงตันที่อยู่ใต้ระนาบ $2x + z = 6$ และมีบริเวณ R เป็นการปิดล้อมด้วย $y = x^2$ และ $y = x + 2$ ดังรูป

. **หมายเหตุ : เขียนในรูปอินทิกรัล(ปริพันธ์) แต่ไม่ต้องหาค่า**

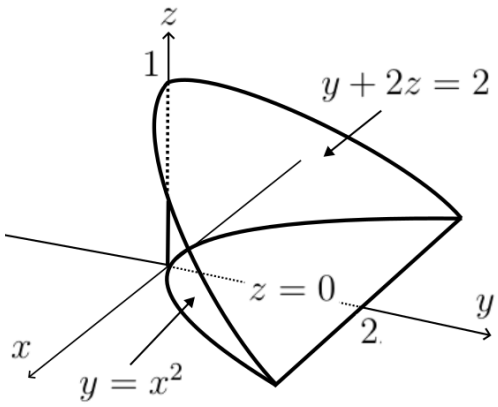


14. *(5 คะแนน)* จงหา**ปริพันธ์** $\int_{-1}^{1}\int_{0}^{\sqrt{1-x^2}} 3\sqrt{x^2+y^2}\,dydx$ โดยการแปลงให้เป็นระบบพิกัดเชิงขั้ว

15. *(3 คะแนน)* กำหนดให้จุด $(r,\theta,z)=(2,\frac{5\pi}{6},2\sqrt{3})$ ในระบบพิกัดทรงกระบอก
จง**หาพิกัดของจุดนี้**ในระบบพิกัดฉาก

16. *(5 คะแนน)* จง**<u>เขียนปริพันธ์สามชั้นในระบบพิกัดฉาก</u>**ให้อยู่ในรูป $\iiint_G F(x,y,z)\,dzdydx$ โดยที่ G เป็นบริเวณที่ปิดล้อมด้านบนด้วย $y+2z=2$, ด้านข้างด้วย $y=x^2$ และด้านล่างด้วย $z=0$ ดังรูป

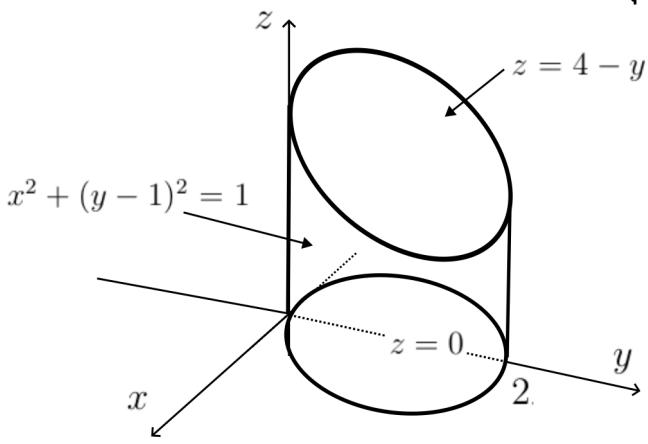
. **หมายเหตุ : เขียนในรูปอินทิกรัล(ปริพันธ์) แต่ไม่ต้องหาค่า**



17. *(5 คะแนน)* จงเขียนปริพันธ์ $\iiint_G x\ dV$ ให้อยู่ในรูป**<u>ปริพันธ์สามชั้นในระบบพิกัดทรงกระบอก</u>**

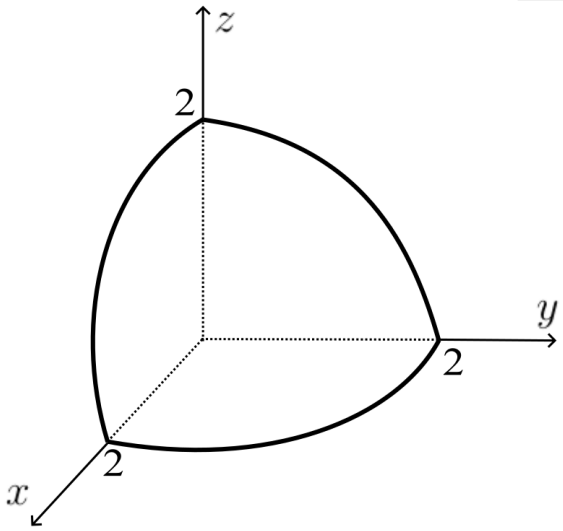
โดยที่ G เป็นบริเวณที่ปิดล้อมด้านบนด้วย $z=4-y$, ด้านข้างด้วย $x^2+(y-1)^2=1$ และด้านล่างด้วย $z=0$ ดังรูป

. **หมายเหตุ : เขียนในรูปอินทิกรัล(ปริพันธ์) แต่ไม่ต้องหาค่า**



18. *(6 คะแนน)* จงใช้**<u>ปริพันธ์สามชั้นในระบบพิกัดทรงกลม</u>**เพื่อหาค่าของ $\iiint_G \frac{5}{x^2+y^2+z^2}\,dV$

โดยที่ G เป็นทรงกลม $x^2+y^2+z^2=4$ <u>ในอัฐภาคที่หนึ่ง</u>



19. *(6 คะแนน)* จงหาค่าของ**<u>ปริพันธ์ตามเส้น</u>** $\int_C (y+xz)\,dS$ เมื่อ C ประกอบด้วยส่วนของเส้นตรง C_1 จาก $(0,0,0)$ ไป $(6,8,0)$ และส่วนของเส้นตรง C_2 จาก $(6,8,0)$ ไป $(6,8,5)$ ดังรูป