

ชื่อ - นามสกุล รหัสประจำตัว

กลุ่ม ลำดับที่

***** ห้ามแกะข้อสอบออกจากกัน *****

คำชี้แจง

- ข้อสอบมีทั้งหมด 14 หน้า 19 ข้อ รวม 90 คะแนน (คิดเป็น 45%) **ให้แสดงวิธีทำโดยละเอียดทุกข้อ**
- สามารถใช้ได้ทั้งดินสอและปากกาในการทำข้อสอบ และหากต้องการเขียนคำตอบด้านหลังของแผ่นกระดาษให้เขียนกำกับด้านหน้าว่า **“มีต่อด้านหลัง”**
- ไม่อนุญาตให้นิสิตนำเครื่องคำนวณเข้าห้องสอบ ยกเว้นกระดาษขนาดไม่เกิน A4 ที่จดเนื้อหาของรายวิชาด้วยลายมือตนเอง
- การแต่งกายในวันสอบ ให้แต่งกายให้ถูกต้องตามระเบียบของมหาวิทยาลัยฯ และต้องแสดงบัตรประจำตัวนิสิต หรือบัตรแสดงตนอื่น ๆ ที่มีรูปถ่าย และลงลายมือชื่อในการสอบ
- นิสิตจะเข้าห้องสอบได้ เมื่อได้รับอนุญาตจากอาจารย์ผู้คุมสอบแล้ว และนิสิตที่ไปถึงห้องสอบหลังเวลาสอบที่เกินกำหนดเริ่มสอบไปแล้ว 30 นาที จะไม่ได้รับอนุญาตให้เข้าสอบ และไม่อนุญาตให้ออกจากห้องสอบ ก่อนได้รับอนุญาตจากผู้คุมสอบ
- นิสิตที่กระทำผิดหรือฝ่าฝืนระเบียบเกี่ยวกับการวัดผล หรือกระทำการส่อเจตนาทุจริต หรือกระทำการทุจริตด้วยประการใด ๆ ในการวัดผล ให้เป็นไปตามข้อบังคับมหาวิทยาลัยบูรพาว่าด้วยการศึกษาระดับปริญญาตรี

ข้อ	1 (4)	2 (5)	3 (4)	4 (5)	5 (5)	6 (4)	7 (5)
คะแนน							
ข้อ	8 (4)	9 (4)	10 (5)	11 (4)	12 (7)	13 (6)	14 (3)
คะแนน							
ข้อ	15 (5)	16 (5)	17 (5)	18 (5)	19 (5)		รวม (90)
คะแนน							

กลุ่ม 1	ผศ.ดร.ดวงกมล ผลเต็ม	ห้อง K-C200	กลุ่ม 4	ผศ.ดร.จุฑารัตน์ คงสอน	ห้อง QS1-4001
กลุ่ม 2	ผศ.ดร.สินีนากู ศรีมงคล	ห้อง QS1-1001	กลุ่ม 5	ผศ.ดร.อภิชาติ เนียมวงษ์	ห้อง QS1-4002
กลุ่ม 3	ผศ.เสาวรส ศรีสุข	ห้อง K-C300	กลุ่ม 6	ผศ.ดร.ลี ศาสนพิทักษ์	ห้อง QS1-5002

สูตรการหาอนุพันธ์ และปริพันธ์

Differentiation	Integration
$\frac{dc}{dx} = 0, (c \text{ constant})$	$\int du = u + c$
$\frac{d}{dx}(u \pm v) = \frac{du}{dx} \pm \frac{dv}{dx}$	$\int u dv = uv - \int v du, \text{ (by part)}$
$\frac{d}{dx}(uv) = u \frac{dv}{dx} + v \frac{du}{dx}$	$\int u^n du = \frac{u^{n+1}}{n+1} + c, (n \neq -1)$
$\frac{d}{dx}\left(\frac{u}{v}\right) = \frac{v \frac{du}{dx} - u \frac{dv}{dx}}{v^2}$	$\int \frac{1}{u} du = \ln u + c$
$\frac{du}{dx} = \frac{du}{dy} \cdot \frac{dy}{dx} \text{ (Chain Rule)}$	$\int e^u du = e^u + c$
$\frac{d}{dx}u^n = nu^{n-1} \frac{du}{dx}$	$\int a^u du = \frac{1}{\ln a} a^u + c, a \neq 1 \text{ และ } a > 0$
$\frac{d}{dx}e^u = e^u \frac{du}{dx}$	$\int \sin u du = -\cos u + c$
$\frac{d}{dx}a^u = a^u \ln a \frac{du}{dx}, a \neq 1 \text{ และ } a > 0$	$\int \cos u du = \sin u + c$
$\frac{d}{dx} \sin u = \cos u \frac{du}{dx}$	$\int \sec^2 u du = \tan u + c$
$\frac{d}{dx} \cos u = -\sin u \frac{du}{dx}$	$\int \csc^2 u du = -\cot u + c$
$\frac{d}{dx} \tan u = \sec^2 u \frac{du}{dx}$	$\int \sec u \tan u du = \sec u + c$
$\frac{d}{dx} \cot u = -\csc^2 u \frac{du}{dx}$	$\int \csc u \cot u du = -\csc u + c$
$\frac{d}{dx} \sec u = \sec u \tan u \frac{du}{dx}$	$\int \tan u du = -\ln \cos u + c$
$\frac{d}{dx} \csc u = -\csc u \cot u \frac{du}{dx}$	$\int \cot u du = \ln \sin u + c$
$\frac{d}{dx} \ln u = \frac{1}{u} \frac{du}{dx}$	$\int \sec u du = \ln \sec u + \tan u + c$
$\frac{d}{dx} \log_a u = \frac{1}{u \ln a} \frac{du}{dx}, a \neq 1 \text{ และ } a > 0$	$\int \csc u du = \ln \csc u - \cot u + c$

E. Kreyszig, Advanced Engineering Mathematics, 10th Edition, Wiley Plus.

ตารางแสดงค่าฟังก์ชันตรีโกณมิติ

	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π
$\sin \theta$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0
$\cos \theta$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	1
$\tan \theta$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	-	0

จงแสดงวิธีทำโดยละเอียดทุกข้อ

1. กำหนดลำดับ $\frac{2}{1}, \frac{-3}{4}, \frac{4}{9}, \frac{-5}{16}, \frac{6}{25}, \frac{-7}{36}, \dots$ จงตรวจสอบว่าลำดับนี้ลู่ออกหรือลู่เข้า (4 คะแนน)

2. กำหนดอนุกรม $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{\ln(n+1)} - \frac{1}{\ln(n+3)} \right)$ จงหาลำดับของผลบวกย่อย n พจน์ $(\{S_n\})$
ของอนุกรม และตรวจสอบว่าอนุกรมลู่ออกหรือลู่เข้า (5 คะแนน)

ข้อที่ 2 (ต่อ)

สำหรับอนุกรมข้อ 3 - 8 จงตรวจสอบว่าอนุกรมลู่เข้าหรือลู่ออก โดยใช้การทดสอบต่อไปนี้

การทดสอบการลู่ออก (Divergence Test) หรือ การทดสอบแบบเปรียบเทียบ (Comparison Test) หรือ การทดสอบแบบเปรียบเทียบลิมิต (Limit Comparison Test) หรือ การทดสอบโดยใช้ปริพันธ์ (Integral Test) หรือ การทดสอบแบบอัตราส่วน (Ratio Test) หรือ การทดสอบโดยรากที่ n (n^{th} Root Test)

$$3. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{4n+5}{2n-1} \right)^{2n}$$

(4 คะแนน)

$$4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{n+1}}{(2n)!}$$

(5 คะแนน)

$$5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n^2 + n + 2}}{4n^3 + n - 1}$$

(5 คะแนน)

6.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{3^n + 2}$$

(4 คะแนน)

7.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1) \ln(n+1)}$$

(5 คะแนน)

8.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(2 + \frac{1}{e^n} \right)$$

(4 คะแนน)

9. จงตรวจสอบว่าอนุกรมสลับ $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \left(\frac{2}{3n+6} \right)$ เป็นอนุกรมลู่เข้าหรือลู่ออก (4 คะแนน)

10. จงตรวจสอบว่าอนุกรม $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \left(\frac{3}{n\sqrt{n}} \right)$ เป็นอนุกรมลู่เข้าอย่างสมบูรณ์ หรือลู่เข้าอย่างมีเงื่อนไข หรือลู่ออก (5 คะแนน)

11. จงกระจายฟังก์ชัน $f(x) = \sin(x)$ ในรูปอนุกรมเทย์เลอร์ (Taylor Series) รอบจุด $x = \frac{\pi}{3}$ โดยกระจายให้มีอย่างน้อย 4 พจน์แรกที่ไม่เป็นศูนย์ (4 คะแนน)

12. จงหาช่วงการลู่เข้าของอนุกรม $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+3)^n}{2n}$ (7 คะแนน)

13. กำหนดฟังก์ชัน

(6 คะแนน)

$$f(x) = \begin{cases} x, & -\pi < x < \frac{-\pi}{2} \\ 0, & \frac{-\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2} \\ 2, & \frac{\pi}{2} < x < \pi \end{cases} \quad \text{เมื่อคาบของฟังก์ชัน } f(x) \text{ คือ } 2\pi$$

จงหาค่าสัมประสิทธิ์ b_n ของอนุกรมฟูรีเยร์ (Fourier Series) ของ

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \{a_n \cos(nx) + b_n \sin(nx)\}$$

14. จงพิจารณาสมการเชิงอนุพันธ์ต่อไปนี้ ว่าเป็นสมการเชิงอนุพันธ์สามัญ (ODE) หรือสมการเชิงอนุพันธ์ย่อย (PDE) พร้อมทั้งบอกอันดับ (order) ระดับชั้น (degree) และพิจารณาว่าสมการเป็นแบบเชิงเส้น (linear) หรือแบบไม่เชิงเส้น (nonlinear) เป็นสมการเชิงอนุพันธ์แบบเอกพันธ์ (homogeneous) หรือสมการเชิงอนุพันธ์แบบไม่เอกพันธ์ (nonhomogeneous) และพิจารณาว่าปัญหาที่กำหนดให้เป็นปัญหาค่าเริ่มต้น (IVP) หรือปัญหาค่าขอบ (BVP) โดยเขียนคำตอบลงในตารางที่กำหนดให้ (ช่องละ 0.25 คะแนน รวมทั้งหมด 3 คะแนน)

ข้อที่	สมการเชิงอนุพันธ์	ODE/PDE	อันดับ	ระดับชั้น
(1)	$\frac{d^2y}{dx^2} + \left(\frac{dy}{dx}\right)^4 = x \left(\frac{d^3y}{dx^3}\right)^2$			
(2)	$\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + \frac{\partial^3 z}{\partial y^3} = 2x \frac{\partial z}{\partial x}$			

ข้อที่	สมการเชิงอนุพันธ์	เชิงเส้น/ไม่เชิงเส้น	เอกพันธ์/ไม่เอกพันธ์	IVP/BVP
(3)	$y'' + 9y = 0,$ $y(0) = 0, \quad y'(-1) = 3$			
(4)	$\left(\frac{dy}{dx}\right)^3 + 7y = \sin x,$ $y(0) = 1$			

15. จงหาผลเฉลยทั่วไปของสมการเชิงอนุพันธ์

(5 คะแนน)

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x^2y - y}{2xy^2 + x}$$

16. จงหาผลเฉลยทั่วไปของสมการเชิงอนุพันธ์

(5 คะแนน)

$$(2xy - \sin x)dx + (x^2 - \cos y)dy = 0$$

17. กำหนดให้สมการ

(5 คะแนน)

$$(e^{x+y} + ye^y) + (xe^y - 1)\frac{dy}{dx} = 0$$

จงตรวจสอบว่าสมการข้างต้นนี้เป็นสมการเชิงอนุพันธ์แบบแม่นตรง (exact equation) หรือไม่ และ
ถ้าไม่เป็นสมการแม่นตรง ให้หาตัวประกอบปริพันธ์ (integrating factor)

18. จงหาผลเฉลยเฉพาะของสมการเชิงอนุพันธ์

(5 คะแนน)

$$xy' + 4y = 8x^4, \quad y(1) = 3$$

19. จงหาวงค์เส้นโค้งแนววิถีเชิงตั้งฉาก (orthogonal trajectories) กับวงค์เส้นโค้ง

(5 คะแนน)

$$y^2 = ce^{3x}, \quad \text{เมื่อ } c \text{ เป็นค่าคงตัวใด ๆ}$$