

ชื่อ - นามสกุล รหัสประจำตัว

กลุ่ม ลำดับที่

***** ห้ามแกะข้อสอบออกจากกัน *****

คำชี้แจง

- ข้อสอบมีทั้งหมด 18 หน้า (รวมหน้านี้) 18 ข้อ 100 คะแนน (คิดเป็น 45%)
- สามารถใช้ได้ทั้งดินสอและปากกาในการทำข้อสอบ
- ไม่อนุญาตให้หนีสนำเครื่องคิดเลขและเอกสารใด ๆ เข้าห้องสอบ
ยกเว้น กระดาษขนาดไม่เกิน A4 ที่จดเนื้อหาของรายวิชาด้วยลายมือตนเอง
- ให้เขียน รหัสประจำตัว และลำดับที่ ทุกหน้าของข้อสอบ
- หากยังไม่ได้ส่งข้อสอบ ห้ามออกจากห้องสอบไม่ว่ากรณีใด ๆ
- นิสิตที่กระทำผิด หรือฝ่าฝืนระเบียบเกี่ยวกับการวัดผล หรือกระทำการ
ส่อเจตนาทุจริต หรือกระทำการทุจริตด้วยประการใด ๆ ในการวัดผล
จะได้รับโทษตามข้อบังคับมหาวิทยาลัยบูรพา ว่าด้วยการศึกษาระดับ
ปริญญาตรี

คะแนน (สำหรับอาจารย์)

ข้อ	1 (4)	2 (4)	3 (5)	4 (5)	5 (5)	6 (5)	7 (5)
คะแนน							
ข้อ	8 (3)	9 (10)	10 (12)	11 (5)	12 (5)	13 (8)	14 (2.5)
คะแนน							
ข้อ	15 (2.5)	16 (4)	17 (5)	18 (10)	รวมคะแนน (100)		
คะแนน							

กลุ่ม 1	ผศ.ดร.ดวงกมล ผลเต็ม	K-C200	กลุ่ม 4	ผศ.ดร.จุฑารัตน์ คงสอน	QS1-4001
กลุ่ม 2	ผศ.ดร.สินีนากู ศรีมงคล	QS1-1001	กลุ่ม 5	ผศ.ดร.อภิชาติ เนียมวงษ์	QS1-4002
กลุ่ม 3	ผศ.เสาวรส ศรีสุข	K-C300	กลุ่ม 6	ผศ.ดร.ลี ศาสนพิทักษ์	QS1-5002

Differentiation

$$\frac{dc}{du} = 0, (c \text{ constant})$$

$$\frac{d}{dx}(u \pm v) = \frac{du}{dx} \pm \frac{dv}{dx}$$

$$\frac{d}{dx}(uv) = u \frac{dv}{dx} + v \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{u}{v} \right) = \frac{v \frac{du}{dx} - u \frac{dv}{dx}}{v^2}$$

$$\frac{du}{dx} = \frac{du}{dy} \cdot \frac{dy}{dx} \quad (\text{Chain Rule})$$

$$\frac{d}{dx} u^n = nu^{n-1} \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx} e^u = e^u \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx} a^u = a^u \ln a \frac{du}{dx}, \quad a \neq 1 \text{ และ } a > 0$$

$$\frac{d}{dx} \sin u = \cos u \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx} \cos u = -\sin u \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx} \tan u = \sec^2 u \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx} \cot u = -\csc^2 u \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx} \sec u = \sec u \tan u \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx} \csc u = -\csc u \cot u \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx} \sinh u = \cosh u \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx} \cosh u = \sinh u \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx} \ln u = \frac{1}{u} \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx} \log_a u = \frac{1}{u \ln a} \frac{du}{dx}, \quad a \neq 1 \text{ และ } a > 0$$

$$\frac{d}{dx} \arcsin u = \frac{1}{\sqrt{1-u^2}} \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx} \arccos u = -\frac{1}{\sqrt{1-u^2}} \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx} \arctan u = \frac{1}{1+u^2} \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx} \text{arccot } u = -\frac{1}{1+u^2} \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx} \text{arcsec } u = \frac{1}{|u|\sqrt{u^2-1}} \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx} \text{arccsc } u = -\frac{1}{|u|\sqrt{u^2-1}} \frac{du}{dx}$$

Integration

$$\int du = u + c$$

$$\int u dv = uv - \int v du, \quad (\text{by part})$$

$$\int u^n du = \frac{u^{n+1}}{n+1} + c, \quad (n \neq -1)$$

$$\int \frac{1}{u} du = \ln |u| + c$$

$$\int e^u du = e^u + c$$

$$\int a^u du = \frac{1}{\ln a} a^u + c, \quad a \neq 1 \text{ และ } a > 0$$

$$\int \sin u du = -\cos u + c$$

$$\int \cos u du = \sin u + c$$

$$\int \sec^2 u du = \tan u + c$$

$$\int \csc^2 u du = -\cot u + c$$

$$\int \sec u \tan u du = \sec u + c$$

$$\int \csc u \cot u du = -\csc u + c$$

$$\int \tan u du = -\ln |\cos u| + c$$

$$\int \cot u du = \ln |\sin u| + c$$

$$\int \sec u du = \ln |\sec u + \tan u| + c$$

$$\int \csc u du = \ln |\csc u - \cot u| + c$$

$$\int \sinh u du = \cosh u + c$$

$$\int \cosh u du = \sinh u + c$$

$$\int \text{sech}^2 u du = \tanh u + c$$

$$\int \text{csch}^2 u du = -\text{coth } u + c$$

$$\int \text{sech } u \tanh u du = -\text{sech } u + c$$

$$\int \text{csch } u \text{coth } u du = -\text{csch } u + c$$

$$\int \frac{du}{u^2 + a^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{u}{a} + c, \quad a > 0$$

$$\int \frac{du}{\sqrt{a^2 - u^2}} = \arcsin \frac{u}{a} + c, \quad a > 0$$

ตารางผลการแปลงลาปลาซ

$f(t) = L^{-1}\{F(s)\}$	$F(s) = L\{f(t)\}$	$f(t) = L^{-1}\{F(s)\}$	$F(s) = L\{f(t)\}$
1. 1	$\frac{1}{s}$	2. e^{at}	$\frac{1}{s-a}$
3. $t^n, n=1,2,\dots$	$\frac{n!}{s^{n+1}}$	4. $t^p, p > -1$	$\frac{\Gamma(p+1)}{s^{p+1}}$
5. \sqrt{t}	$\frac{\sqrt{\pi}}{2s^{3/2}}$	6. $t^{n-\frac{1}{2}}, n=1,2,\dots$	$\frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2n-1)\sqrt{\pi}}{2^n s^{n+\frac{1}{2}}}$
7. $\sin(at)$	$\frac{a}{s^2+a^2}$	8. $\cos(at)$	$\frac{s}{s^2+a^2}$
9. $t \sin(at)$	$\frac{2as}{(s^2+a^2)^2}$	10. $t \cos(at)$	$\frac{s^2-a^2}{(s^2+a^2)^2}$
11. $\sin(at+b)$	$\frac{s \sin(b) + a \cos(b)}{s^2+a^2}$	12. $\cos(at+b)$	$\frac{s \cos(b) - a \sin(b)}{s^2+a^2}$
13. $\sinh(at)$	$\frac{a}{s^2-a^2}$	14. $\cosh(at)$	$\frac{s}{s^2-a^2}$
15. $e^{at} \sin(bt)$	$\frac{b}{(s-a)^2+b^2}$	16. $e^{at} \cos(bt)$	$\frac{s-a}{(s-a)^2+b^2}$
17. $e^{at} \sinh(bt)$	$\frac{b}{(s-a)^2-b^2}$	18. $e^{at} \cosh(bt)$	$\frac{s-a}{(s-a)^2-b^2}$
19. $t^n e^{at}, n=1,2,\dots$	$\frac{n!}{(s-a)^{n+1}}$	20. $f(ct)$	$\frac{1}{c} F\left(\frac{s}{c}\right)$
21. $u_c(t) = u(t-c)$	$\frac{e^{-cs}}{s}$	22. $\delta(t-c)$	e^{-cs}
23. $u_c(t)f(t-c)$	$e^{-cs}F(s)$	24. $e^{ct}f(t)$	$F(s-c)$
25. $t^n f(t), n=1,2,\dots$	$(-1)^n F^{(n)}(s)$	25. $\int_0^t f(t-\tau)g(\tau) d\tau$	$F(s)G(s)$
27. $f'(t)$	$sF(s) - f(0)$	28. $f''(t)$	$s^2F(s) - sf(0) - f'(0)$
29. $f^{(n)}(t)$	$s^n F(s) - s^{n-1}f(0) - s^{n-2}f'(0) - \dots - sf^{(n-2)}(0) - f^{(n-1)}(0)$		

1. จงหาผลเฉลยทั่วไปของสมการเชิงอนุพันธ์แบบเอกพันธ์อันดับ 5 ซึ่งมีรากของสมการลักษณะเฉพาะ (Characteristic equation) คือ (4 คะแนน)

$$1, 1, 2, 3 + 4i, 3 - 4i$$

2. จงหาผลเฉลยทั่วไปของสมการเชิงอนุพันธ์ $y'' - 2y' + 5y = 0$ (4 คะแนน)

3. จงหาผลเฉลยทั่วไปและผลเฉลยเฉพาะของสมการเชิงอนุพันธ์ (5 คะแนน)

$$y'' = 0, \quad y(1) = 2, \quad y' \left(\frac{1}{2} \right) = -1$$

4. จงเขียนรูปแบบผลเฉลย $y_p(x)$ ของสมการเชิงอนุพันธ์ (5 คะแนน)

$$y'' - 100y = x^2 e^{10x} + \sin(3x)$$

โดยไม่ต้องหาค่าสัมประสิทธิ์ของ y_p

(เขียนให้อยู่ในรูปสัมประสิทธิ์ A, B, C, D, E, \dots หรือ $A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, \dots$ แต่ไม่ต้องหาค่า)

5. กำหนดให้สมการเชิงอนุพันธ์

(5 คะแนน)

$$y'' + 4y' = 10e^x \quad y(0) = 5, \quad y'(0) = -6$$

มีผลเฉลยทั่วไปคือ $y = y_c + y_p$ และ $y_c(x) = C_1 + C_2e^{-4x}$
จงหาผลเฉลยเฉพาะ

6. กำหนดให้ $f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ e^{-2x}, & x \geq 0 \end{cases}$

จงหาการแปลงฟูรีเยร์ของ $f(x)$ โดยใช้นิยาม

(5 คะแนน)

7. กำหนดให้ $f(t) = \begin{cases} 1, & t < 2 \\ t, & t \geq 2 \end{cases}$

จงหาการแปลงลาปลาซของ $f(t)$ โดยใช้นิยาม

(5 คะแนน)

8. จงเขียนฟังก์ชัน $f(t)$ ที่กำหนดให้ต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปของ Heaviside function ($u_c(t)$)

$$f(t) = \begin{cases} t, & t < 1 \\ 5 - t, & 1 \leq t < 9 \\ 7, & t \geq 9 \end{cases}$$

(3 คะแนน)

9. จงหาการแปลงลาปลาซของฟังก์ชันต่อไปนี้

(10 คะแนน)

9.1. $f(t) = e^{-5t}$

(1 คะแนน)

9.2. $f(t) = \sinh(2t)$

(1 คะแนน)

9.3. $f(t) = t \cos(7t)$

(1 คะแนน)

9.4. $f(t) = t^7$

(1 คะแนน)

9.5. $f(t) = e^{2t} \sin(3t)$

(1 คะแนน)

9.6. $f(t) = 2 \sin(t) - 5e^{2t}$

(2 คะแนน)

9.7. $f(t) = (t - 1)^5 u_1(t) + t^2 u_3(t)$

(3 คะแนน)

10. จงหาการแปลงลาปลาซผกผันของฟังก์ชันต่อไปนี้

(12 คะแนน)

10.1. $F(s) = \frac{1}{s + 2}$

(1 คะแนน)

10.2. $F(s) = \frac{2}{s^3}$

(1 คะแนน)

10.3. $F(s) = \frac{s}{s^2 + 4}$

(1 คะแนน)

10.4. $F(s) = \frac{e^{-4s}}{s^3}$ (2 คะแนน)

10.5. $F(s) = \frac{1}{s^2 - 9}$ (2 คะแนน)

10.6. $F(s) = \frac{s^2 - 4}{s(s - 1)(s + 1)}$ (5 คะแนน)

11. จงใช้ปริพันธ์สังวัตนาการ (Convolution integral) หาผลการแปลงลาปลาซผกผันของฟังก์ชัน

$$H(s) = \frac{6(s-2)}{s^4(s^2-4s+13)}$$

โดยไม่ต้องอินทิเกรตค่า

(5 คะแนน)

12. จงใช้การแปลงลาปลาซเพื่อหาผลเฉลยของปัญหาค่าเริ่มต้น (5 คะแนน)

$$y'' + y = 0, \quad y(0) = 2, \quad y'(0) = 0$$

13. จงใช้การแปลงลาปลาซเพื่อหาผลเฉลยของปัญหาค่าเริ่มต้น (8 คะแนน)

$$y' - 3y = \sin(t), \quad y(0) = 0$$

14. จงพิจารณาว่าสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยต่อไปนี้เป็น Linear หรือ Nonlinear (2.5 คะแนน)

(1) $xyu_{xy} - uu_x = 0$ Linear Nonlinear

(2) $x^2u_t - u_{xx} - u = 5$ Linear Nonlinear

(3) $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial u}{\partial y} = 2 \cos x$ Linear Nonlinear

(4) $(\cos u)u_{tt} + u_{xx} = u$ Linear Nonlinear

(5) $u_{xx} + u_{yy} + (\ln \frac{y}{x})u = 0$ Linear Nonlinear

15. จงพิจารณาว่าสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยต่อไปนี้เป็น Semilinear หรือไม่ (2.5 คะแนน)

(1) $uu_{xx} + u_{xt} = \cos u$ เป็น ไม่เป็น

(2) $u_{xxy} - (\ln u)u_{yy} = 4$ เป็น ไม่เป็น

(3) $tu_{tt} - u_{xt} + u^2 = 0$ เป็น ไม่เป็น

(4) $u^2u_x + u_y = e^u$ เป็น ไม่เป็น

(5) $x^2u_{xx} + y^2u_{yy} - (\sin u)u = 0$ เป็น ไม่เป็น

16. จงแสดงโดยละเอียดเพื่อตรวจสอบว่า $u(x, t) = e^{3x + \sin t}$ เป็นผลเฉลยของ (4 คะแนน)

$$u_t - \frac{1}{9}(\cos t)u_{xx} = 0$$

17. จงหาผลเฉลยของสมการเชิงอนุพันธ์ย่อย

(5 คะแนน)

$$u_{xyz} = 3x^2 + 2y - 3z^2$$

เมื่อ $u = u(x, y, z)$

18. จงหาผลเฉลยของสมการเชิงอนุพันธ์ย่อย

(10 คะแนน)

$$u_t + 2u_x = \sin x, \quad u(x, 0) = 0$$

เมื่อ $u = u(x, y, z)$

ข้อที่ 18. (ทำต่อ)