



มหาวิทยาลัยบูรพา



ข้อสอบกลางภาคปลาย ปีการศึกษา 2567

วันที่ 20 มกราคม 2568

วิชา 30212264 คณิตศาสตร์วิศวกรรม 2

เวลา 09.00 - 12.00 น.

ชื่อ - นามสกุล รหัสประจำตัว.....กลุ่ม.....เลขที่.....

คำชี้แจง 1. ข้อสอบมีทั้งหมด 20 ข้อ 12 หน้า 90 คะแนน (คิดเป็น 45%) ให้แสดงวิธีทำโดยละเอียดทุกข้อ

2. สามารถใช้ได้ทั้งดินสอและปากกาในการสอบ

3. ไม่สามารถใช้เครื่องคิดเลขได้

4. ไม่อนุญาตให้นำกระดาษจดเข้าห้องสอบได้

5. การกระทำต่อไปนี้จะถือว่าเป็นการ ส่อทุจริต

- แทะชุดข้อสอบออกจากกัน

- การพูดคุย-ซักถามไม่ว่ากรณีใด ๆ ระหว่างผู้เข้าสอบ

- หยิบโทรศัพท์หรืออุปกรณ์สื่อสารขึ้นมาระหว่างทำการสอบ

คะแนนสำหรับอาจารย์

ข้อ	1(6)	2(5)	3(4)	4(5)	5(5)	6(3)	7(3)
คะแนน							

ข้อ	8(4)	9(5)	10(6)	11(6)	12(4)	13(4)	14(4)
คะแนน							

ข้อ	15(4)	16(5)	17(6)	18(4)	19(4)	20(3)
คะแนน						

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$\tan^2 \theta + 1 = \sec^2 \theta$$

$$1 + \cot^2 \theta = \csc^2 \theta$$

$$\sin^2 \theta = \frac{1 - \cos 2\theta}{2}$$

$$\cos^2 \theta = \frac{1 + \cos 2\theta}{2}$$

$$\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta$$

$$\cos 2\theta = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta$$

สูตรการหาอนุพันธ์

1. $\frac{dc}{dx} = 0$ เมื่อ c เป็นค่าคงที่ใด ๆ
2. $\frac{d}{dx}cf(x) = c\frac{d}{dx}f(x)$ เมื่อ c เป็นค่าคงที่ใด ๆ
3. $\frac{d}{dx}(u \pm v) = \frac{du}{dx} \pm \frac{dv}{dx}$
4. $\frac{d}{dx}(uv) = u\frac{dv}{dx} + v\frac{du}{dx}$
5. $\frac{d}{dx}\left(\frac{u}{v}\right) = \frac{v\frac{du}{dx} - u\frac{dv}{dx}}{v^2}, v \neq 0$
6. $\frac{d}{dx}\ln u = \frac{1}{u}\frac{du}{dx}$
7. $\frac{d}{dx}\log_a u = \frac{1}{u \ln a}\frac{du}{dx}$ เมื่อ $a > 0$ และ $a \neq 1$
8. $\frac{d}{dx}e^u = e^u\frac{du}{dx}$
9. $\frac{d}{dx}a^u = a^u \ln a \frac{du}{dx}$ เมื่อ $a > 0$
10. $\frac{d}{dx}u^n = nu^{n-1}\frac{du}{dx}$
11. $\frac{d}{dx}(\sin u) = \cos u \frac{du}{dx}$
12. $\frac{d}{dx}(\cos u) = -\sin u \frac{du}{dx}$
13. $\frac{d}{dx}(\tan u) = \sec^2 u \frac{du}{dx}$
14. $\frac{d}{dx}(\cot u) = -\csc^2 u \frac{du}{dx}$
15. $\frac{d}{dx}(\sec u) = \sec u \tan u \frac{du}{dx}$
16. $\frac{d}{dx}(\csc u) = -\csc u \cot u \frac{du}{dx}$

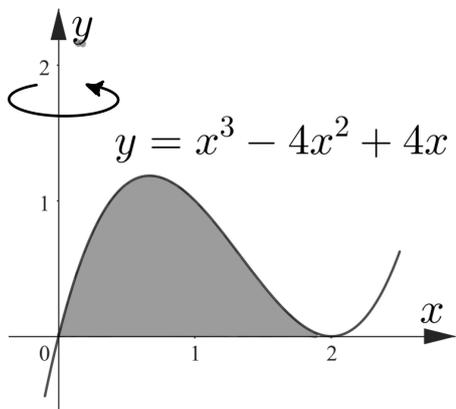
สูตรการหาปริพันธ์

1. $\int kf(x) dx = k \int f(x) dx$ เมื่อ k เป็นค่าคงที่
2. $\int [f(x) \pm g(x)] dx = \int f(x) dx \pm \int g(x) dx$
3. $\int du = u + c$
4. $\int u^n du = \frac{u^{n+1}}{n+1} + c$ เมื่อ $n \neq -1$
5. $\int \frac{1}{u} du = \ln|u| + c$
6. $\int a^u du = \frac{a^u}{\ln a} + c$ เมื่อ $a > 0$ และ $a \neq 1$
7. $\int e^u du = e^u + c$
8. $\int \sin u du = -\cos u + c$
9. $\int \cos u du = \sin u + c$
10. $\int \sec^2 u du = \tan u + c$
11. $\int \csc^2 u du = -\cot u + c$
12. $\int \sec u \tan u du = \sec u + c$
13. $\int \csc u \cot u du = -\csc u + c$
14. $\int \tan u du = \ln|\sec u| + c = -\ln|\cos u| + c$
15. $\int \cot u du = \ln|\sin u| + c$
16. $\int \sec u du = \ln|\sec u + \tan u| + c$
17. $\int \csc u du = \ln|\csc u - \cot u| + c$

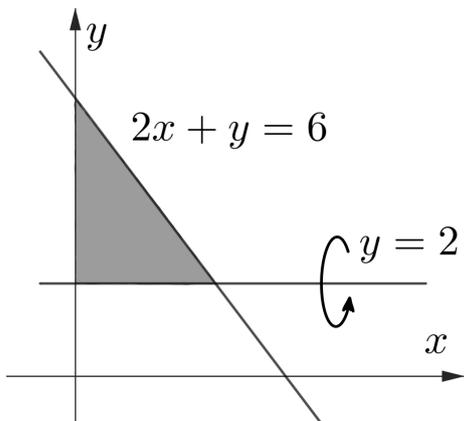
θ	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\sin \theta$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos \theta$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1

จงแสดงวิธีทำโดยละเอียด

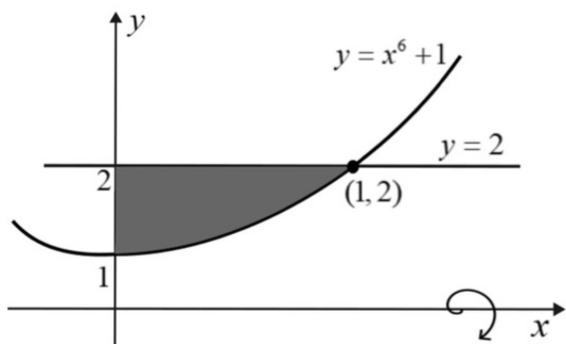
1. (6 คะแนน) จงใช้ปริพันธ์จำกัดเขตเพื่อหาปริมาตรของรูปทรงตันที่เกิดจากการหมุนพื้นที่ที่ปิดล้อมด้วยเส้นโค้ง $y = x^3 - 4x^2 + 4x$ และแกน x โดยหมุนพื้นที่ที่รอบแกน y



2. (5 คะแนน) จงใช้ปริพันธ์จำกัดเขตเพื่อหาปริมาตรของรูปทรงตันที่เกิดจากการหมุนพื้นที่ที่ปิดล้อมด้วยเส้นโค้ง $2x + y = 6$, $y = 2$ และแกน y โดยหมุนรอบเส้นตรง $y = 2$ (ดังรูป)
 (หมายเหตุ : เขียนคำตอบในรูปปริพันธ์ แต่ไม่ต้องหาค่า)



3. (4 คะแนน) จงใช้ปริพันธ์จำกัดเขตเพื่อหาปริมาตรของรูปทรงตันที่เกิดจากการหมุนพื้นที่ที่ถูกล้อมรอบด้วยเส้นโค้ง $y = x^6 + 1$, $y = 2$ และแกน y (ดังรูป) โดยหมุนแกน x (หมายเหตุ : เขียนคำตอบในรูปปริพันธ์ แต่ไม่ต้องหาค่า)



4. (5 คะแนน) จงใช้ปริพันธ์จำกัดเขตเพื่อหาความยาวส่วนโค้งของ $x = 2 + 3t$, $y = 8 - 2t$
เมื่อ $0 \leq t \leq 4$

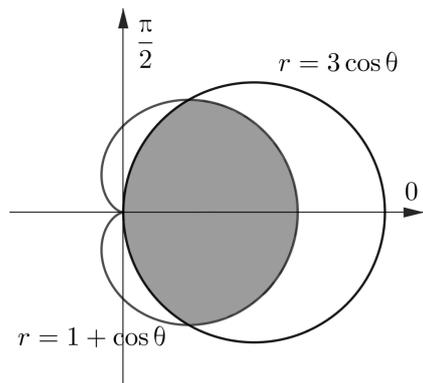
5. (5 คะแนน) จงใช้ปริพันธ์จำกัดเขตเพื่อหาพื้นที่ผิวของรูปทรงที่เกิดจากการหมุนส่วนโค้ง $x = 2y + 1$
บนช่วง $1 \leq x \leq 3$ และหมุนรอบส่วนโค้งรอบแกน y

6. (3 คะแนน) จงแปลงจุด $\left(\frac{3}{2\sqrt{3}}, -\frac{3}{2}\right)$ ในระบบพิกัดฉากให้เป็นจุดในระบบพิกัดเชิงขั้ว (r, θ)

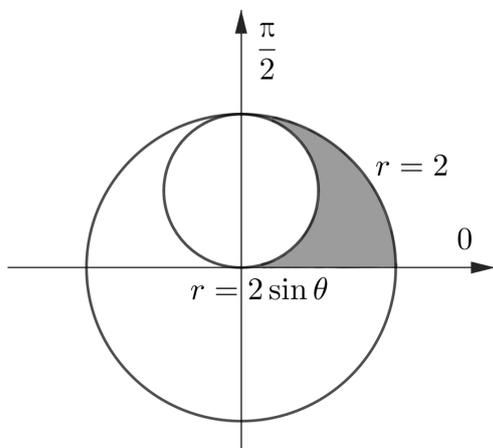
7. (3 คะแนน) จงแปลงจุด $\left(-4, \frac{4\pi}{3}\right)$ ในระบบพิกัดเชิงขั้วให้เป็นจุดในระบบพิกัดฉาก (x, y)

8. (4 คะแนน) จงแปลงสมการ $r = \frac{\sin \theta}{1 + \cos \theta \sin \theta}$ ให้เป็นสมการในระบบพิกัดฉาก

9. (5 คะแนน) จงใช้ปริพันธ์จำกัดเขตในการหาพื้นที่ส่วนที่แรเงา ดังรูป
 (หมายเหตุ : เขียนคำตอบในรูปปริพันธ์ แต่ไม่ต้องหาค่า)



10. (6 คะแนน) จงใช้ปริพันธ์จำกัดเขตในการหาพื้นที่ส่วนที่แรเงา ดังรูป



11. (6 คะแนน) จงใช้ปริพันธ์จำกัดเขตเพื่อหาความยาวส่วนโค้ง $r = e^{4\theta}$ เมื่อ $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{4}$

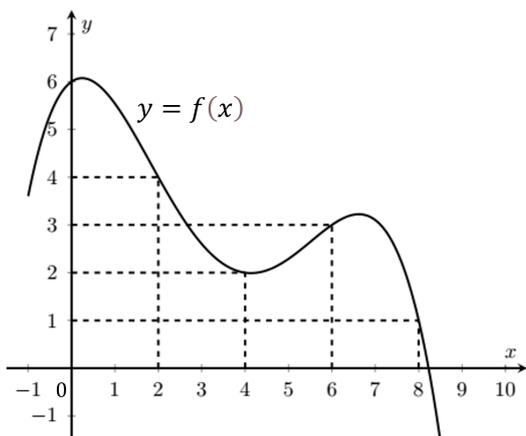
12. (4 คะแนน) จงใช้ปริพันธ์จำกัดเขตเพื่อหาพื้นที่ผิวของรูปทรงที่เกิดจากการหมุนส่วนโค้ง $r = 2 \sin \theta$ บนช่วง $0 \leq \theta \leq \pi$ โดยหมุนรอบแกนเชิงชี้ (หมุนรอบแกน x)
(หมายเหตุ : เขียนคำตอบในรูปปริพันธ์ แต่ไม่ต้องหาค่า)

13. (4 คะแนน) กำหนดค่าของ $f(x)$ ดังตาราง

x	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2
$f(x)$	1.0	0.9	0.8	0.7	0.6	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2

จงประมาณค่าของ $\int_0^1 f(x)dx$ โดยใช้กฎสี่เหลี่ยมคางหมู เมื่อ $n = 5$ (ให้ตอบเป็นเลขทศนิยม 2 ตำแหน่ง)

14. (4 คะแนน) จงประมาณค่าของ $\int_0^8 f(x)dx$ โดยใช้กฎของซิมป์สัน (เมื่อ $n = 4$) เมื่อกำหนดกราฟ $y = f(x)$ ดังรูป (ให้ตอบเป็นเลขทศนิยม 2 ตำแหน่ง)



15. (4 คะแนน) จงหาค่าของ $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{\ln x}{\sqrt{x}} \right)$

16. (5 คะแนน) จงหาค่าของ $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin x - x}{e^x - x - 1} \right)$

17. (6 คะแนน) จงหาค่าของ $\lim_{x \rightarrow 0^+} (x + 1)^{1/x}$

18. (4 คะแนน) จงหาค่าของปริพันธ์ $\int_{-\infty}^0 e^{3x} dx$

19. (4 คะแนน) จงหาค่าของปริพันธ์ $\int_5^7 \frac{1}{x-5} dx$

20. (3 คะแนน) กำหนด $\int_{-1}^{\infty} \frac{1}{x^3} dx$

จงเขียนปริพันธ์ไม่ตรงแบบที่กำหนดให้ในรูปลิมิต โดยไม่ต้องหาค่าของปริพันธ์